УДК 621.833: 519.004

АНАЛИЗ ПАРАМЕТРОВ МОДУЛИРОВАННЫХ ВИБРАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ И ИХ ОГИБАЮЩИХ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

© Ася Григорьевна Соколова, Феликс Янович Балицкий, Галина Владимировна Долаберидзе, Марина Анатольевна Иванова

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт машиноведения им. А.А. Благонравова Российской академии наук, Москва, Россия
fbalitsky@gmail.com, agsokolova@gmail.com

Аннотация. *В статье рассмотрены некоторые особенности диагностирования зарождающихся и развитых дефектов узлов роторных механизмов с применением технологии демодуляции вибрационных процессов. По результатам исследования свойств моделей амплитудно- и частотно-модулированных сигналов а также их огибающих с использованием преобразования Гильберта выявлен ряд ограничений на использование технологии цифровой обработки временных процессов при наличии частотной модуляции.*

Ключевые слова: *машинное оборудование, вибрация, вибродиагностика, имитационная модель, преобразование Гильберта, демодуляция, амплитудная огибающая, частотная огибающая, несущая частота, индекс модуляции, спектр огибающей.*

Введение

При диагностике дефектов машинного оборудования полезно опираться на нелинейную интерпретацию виброакустических процессов, поскольку деградация технического состояния узлов оборудования приводит к искажениям геометрии сопряженных деталей, появлению зазоров между ними, проскальзыванию и неравномерности движения, появлению ударного возмущения, автоколебательного режима и т.п. В частотной области нелинейное взаимодействие элементов механизма проявляется в виде многочисленных трудно интерпретируемых комбинационных частот, маскирующих основные, физически обусловленные, частоты проявления дефектов. Методы демодуляции вибросигналов позволяют выделить главные компоненты спектров амплитудной и частотной огибающих, представить в доступной форме диагностические признаки дефектов и физическую интерпретацию причин их возникновения. Имитационное моделирование вибрационных процессов при наличии амплитудной и частотной (угловой) модуляции и анализ временных и спектральных характеристик как самих сигналов, так и их огибающих с использованием преобразования Гильберта позволили выявить особенности оценки параметров модулированных сигналов и выявить ряд погрешностей оценки параметров модулированных сигналов при стандартном подходе к цифровой обработке модулированных сигналов.

1 Применение метода демодуляции вибрационных процессов в технологии диагностирования зарождающихся дефектов машин и механизмов

Известно, что характер изменения вибрационных процессов в машинах и механизмах, связанный с деградацией контактирующих поверхностей элементов кинематических пар при взаимодействии между собой или с внешней средой, можно описать с помощью спектральных характеристик огибающих узкополосных вибрационных процессов в окрестности вынужденных и собственных частот механической системы [1-3]. Однако применение методов амплитудной и частотной демодуляции вибрационных процессов для диагностики сложного машинного оборудования при одновременном развитии нескольких

неисправностей, при всей их привлекательности, наталкивается на недостаточную отработанность методологии оценки параметров огибающих путём цифровой обработки вибрационных сигналов с использованием преобразования Гильберта при наличии угловой или смешанной амплитудно-частотной модуляции. Естественно, что некоторые методологические вопросы легче снимаются при работе не с реальными вибрационными сигналами неизвестного происхождения, а с их математическими моделями с легко варьируемыми параметрами. Именно поэтому много внимания в настоящей публикации уделено модельным исследованиям, хотя в одной статье невозможно осветить все вопросы, связанные с достоверной оценкой параметров модулированных вибрационных процессов и их интерпретацией.

В основе технологии диагностирования зарождающихся дефектов узлов машинного оборудования лежат математические соотношения, связывающие вид и глубину (индекс) модуляции (амплитудной или частотной) в окрестности частот вынужденных (гармоник частоты пересопряжения зубьев f_z в зубчатой передаче редуктора, лопаточной частоты $f_л$ ступени турбины, компрессора и других машин роторного типа) или собственных колебаний узла.

Локальный дефект типа выкрашивания поверхностей (питтинг, эрозия, коррозия) модулирует амплитуду несущей частоты вынужденных колебаний f_z гармониками частоты мелькания дефекта f_d**,** при этом периодическое попадание дефекта в зону контакта (с частотой f_d) приводит к появлению в спектре вибросигнала в окрестности вынужденной частоты комбинационных частот вида ($f_z \pm kf_d$). В машинах роторного типа частота проявления дефекта f_d обычно совпадает с частотой вращения вала (роторной частотой f_p) и её гармониками.

Локальный дефект типа задира (заедания, схватывания) контактирующих поверхностей модулирует саму частоту вынужденных колебаний, при этом совместно с частотной (ЧМ) или фазовой модуляцией (ФМ) возникает и амплитудная модуляция (АМ). Одновременно развивающиеся деградационные процессы в разных узлах механизма при нелинейном взаимодействии между ними могут приводить к многократной модуляции исходных вибрационных процессов на частотах вынужденных и собственных колебаний.

Один из методов диагностирования зарождающихся дефектов состоит в выделении амплитудной огибающей вибросигнала на резонансной частоте самого механизма. Метод основан на том, что импульсная последовательность ударных возмущений, возникающих при попадании локального дефекта в зону контакта, вызывает отклик механической системы, прежде всего, на собственных частотах дефектного узла в виде осциллирующих затухающих колебаний, имеющих спектр отклика в виде комбинационных частот ($f_c \pm kf_d$) в окрестности собственной частоты узла f_c, где f_d – частота следования импульсов, $k = 1, 2, \ldots$.

Нелинейные взаимодействия элементов механизма при одновременном развитии нескольких дефектов приводят к появлению в вибрационном сигнале многочисленных комбинационных частот, являющихся результатом взаимодействия различных источников возбуждения. Для идентификации такого вида повреждений элементов механизма целесообразно применять метод каскадной демодуляции сигналов, т.е. многократного проведения процедуры полосовой фильтрации с последующей демодуляцией вновь сформированного сигнала [2, 4].

2 Математические модели модулированных сигналов

Для исследования свойств временных и спектральных характеристик модулированных сигналов и их огибающих была построена математическая модель сигнала x(t), учитывающая одновременное воздействие на гармонический сигнал несущей частоты ω_o фактора амплитудной модуляции с частотой Ω_1 и фактора угловой модуляции с частотой Ω_2,

$$x(t) = A_o[1 + MCos(\Omega_1 t + \Phi_o)]Cos\,[(\omega_o t + \varphi_o) + m\mathrm{Sin}(\Omega_2 t)], \qquad (1)$$

и проведено исследование её свойств при наличии только амплитудной модуляции (m=0; M≠0), или только частотной модуляции (M=0; $m \neq 0$), а также при их совместном проявлении, когда $M \neq 0$ и $m \neq 0$.

В выражении (1) A_0 – амплитуда гармонического однотонального сигнала несущей частоты $\omega_o = 2\pi f_o$, $\Omega_1 = 2\pi f_1$ - частота однотонального сигнала, модулирующего его амплитуду, $M = (2*A_{\Omega 1}) / A_0$ – индекс амплитудной модуляции, $\Omega_2 = 2\pi f_2$ - частота однотонального сигнала, модулирующего его частоту, m = $\Delta\omega/\Omega_2$ - индекс частотной модуляции, $\Delta\omega$ – девиация частоты.

2.1. Амплитудная модуляция

В общем случае амплитудно-модулированный (АМ) случайный сигнал можно представить в виде

$$x(t) = \gamma(t)\eta(t), \qquad (2)$$

где $\gamma(t)$ – модулирующая медленно меняющаяся функция, $\eta(t)$ – случайная или детерминированная высокочастотная составляющая. При этом спектр АМ-сигнала может быть достаточно сложным и несимметричным относительно несущей частоты, что может быть обусловлено как формой амплитудно-частотной характеристики механической системы, так и наличием частотной модуляции.

В простейшем случае однотональной амплитудной модуляции высокочастотного синусоидального сигнала $A_o Cos(\omega_o t+\varphi_o)$ с несущей частотой ω_o низкочастотным гармоническим колебанием с частотой Ω, когда переменной во времени оказывается амплитуда сигнала $A(t)$, амплитудно-модулированный сигнал $x(t)$ можно представить выражением [5]

$$x(t) = A(t)\ Cos(\omega_o t+\varphi_o) = A_o[1 + MCos(\Omega t+\Phi_o)]Cos(\omega_o t+\varphi_o)\ . \qquad (3)$$

Здесь A_o – амплитуда синусоидального сигнала несущей круговой частоты $\omega_o = 2\pi f_o$ в радианах, f_o – частота в Гц, M – глубина амплитудной модуляции, принимающая значения от нуля до единицы, Ω - модулирующая частота, φ_o и Φ_o – начальные фазы несущей частоты и модулирующего сигнала. Функция $A_o[1+MCos(\Omega t+\Phi_o)]$ описывает огибающую однотонального АМ-сигнала. Путём тригонометрического преобразования выражение (3) можно представить в виде суммы простых гармонических колебаний

$$x_{AM}(t) = A_0 Cos(\omega_0 t + \varphi_0) + \frac{A_0 M}{2} Cos[(\omega_0 t - \Omega)t + \varphi_0 - \Phi_0] + \frac{A_0 M}{2} Cos[(\omega_0 + \Omega)t + \varphi_0 + \Phi_0] \ . \qquad (4)$$

Формула (4) устанавливает спектральный состав однотонального АМ-сигнала, где ω_o – несущая частота, (ω_o–Ω) – нижняя боковая частота, (ω_o+Ω) - верхняя боковая частота. Легко видеть (рисунок 1), что спектр однотонального АМ-сигнала – симметричен.

На рисунке 1 представлены полученные в результате компьютерного моделирования временные реализации амплитудно-модулированных сигналов и их спектры. Расчёт характеристик данной модели был произведен при следующих параметрах: амплитуда несущей частоты A_0 =1; несущая частота f_0 =1500 Гц; модулирующая частота f_1 =100 Гц; индексы амплитудной модуляции M=0; 0,4; 0,6; частотная модуляция отсутствует (m= 0); частота квантования сигнала 10 кГц.

С ростом индекса амплитудной модуляции M растут амплитуды боковых (комбинационных) составляющих сигнала, отстоящие от несущей частоты на частоту модулирующего сигнала. Форма расположения комбинационных частот АМ-сигнала в окрестности несущей частоты – симметричная.

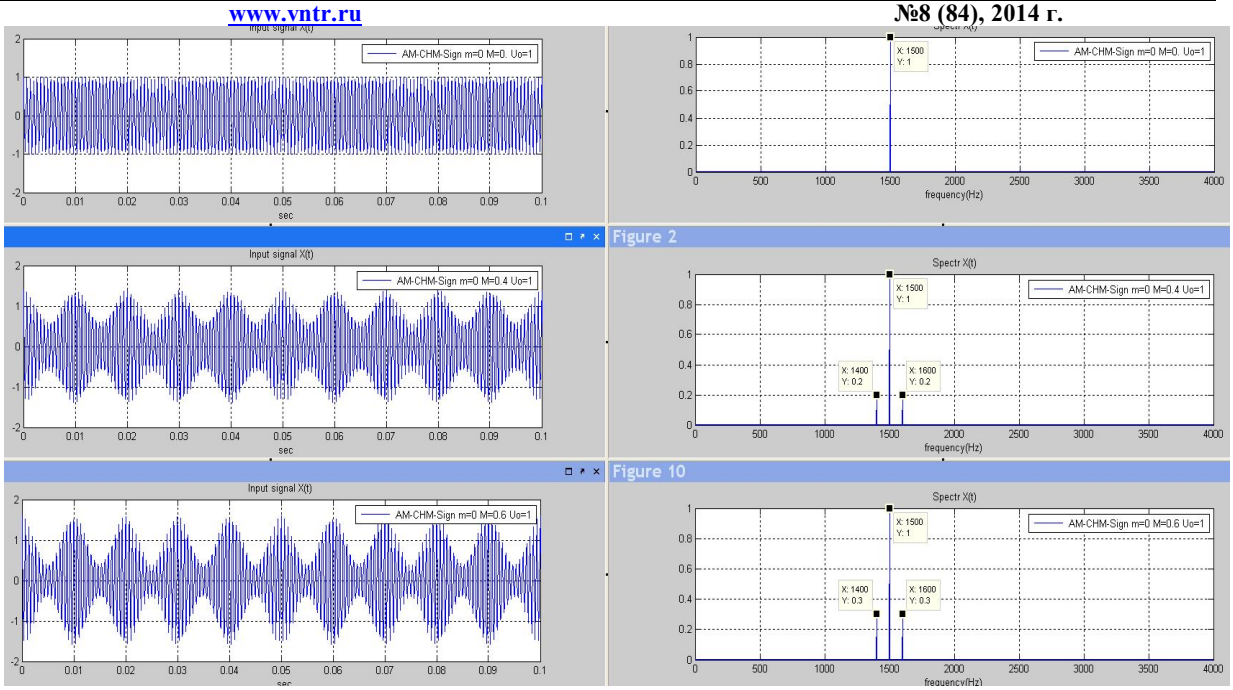


Рис. 1. Временные реализации АМ-сигналов (слева) и их спектры (справа) при разных значениях индексов амплитудной модуляции (M=0; 0,4; 0,6) в отсутствие частотой модуляции (m=0).

На практике гораздо чаще встречаются случаи, когда модулирующий низкочастотный сигнал $\gamma(t)$ обладает сложным спектром, в качестве математической модели которого принято рассматривать тригонометрическую сумму вида

$$\gamma(t) = \sum_{i=1}^{N} M_i Cos(\Omega_i t + \Phi_i), \qquad (5)$$

где частоты Ω_i образуют упорядоченную возрастающую последовательность $\Omega_1 < \Omega_2 < \ldots << \Omega_N$, в то время как амплитуды M_i и начальные фазы Φ_i произвольны.

Аналитическое выражение сложномодулированного (многотонального) АМ-сигнала, по аналогии с выражением (3), имеет вид

$$x_{AM}(t) = A_0\left[1 + \sum_{i=1}^{N} M_i Cos(\Omega_i t + \Phi_i)\right] Cos(\omega_0 t + \varphi_0), \qquad (6)$$

где M_i – парциальный индекс амплитудной модуляции.

Спектральное разложение сложно-модулированного АМ-сигнала по аналогии с выражением (4) имеет вид

$$x_{AM}(t) = A_0 Cos(\omega_0 t + \varphi_0) + \sum_{i=1}^{N} \frac{A_0 M_i}{2} Cos[(\omega_0 - \Omega_i)t + \varphi_0 - \Phi_i] + \\ + \sum_{i=1}^{N} \frac{A_0 M_i}{2} Cos[(\omega_0 + \Omega_i)t + \varphi_0 + \quad , \qquad (7)$$

в котором, помимо несущего колебания, содержится группа нижних боковых частот и группа верхних боковых частот. При этом спектр верхних боковых колебаний является масштабной копией спектра модулирующего сигнала, сдвинутого в область высоких частот на величину ω_o, а ширина спектра амплитудно-модулированного сигнала равна удвоенному значению наиболее высокой частоты в спектре низкочастотного модулирующего сигнала.

На рисунке 2 представлены временные процессы и спектры немодулированного гармонического сигнала несущей частоты и сигнала, модулированного по амплитуде двутональным сигналом с частотами f_1 = 100 Гц, f_2 = 200 Гц.

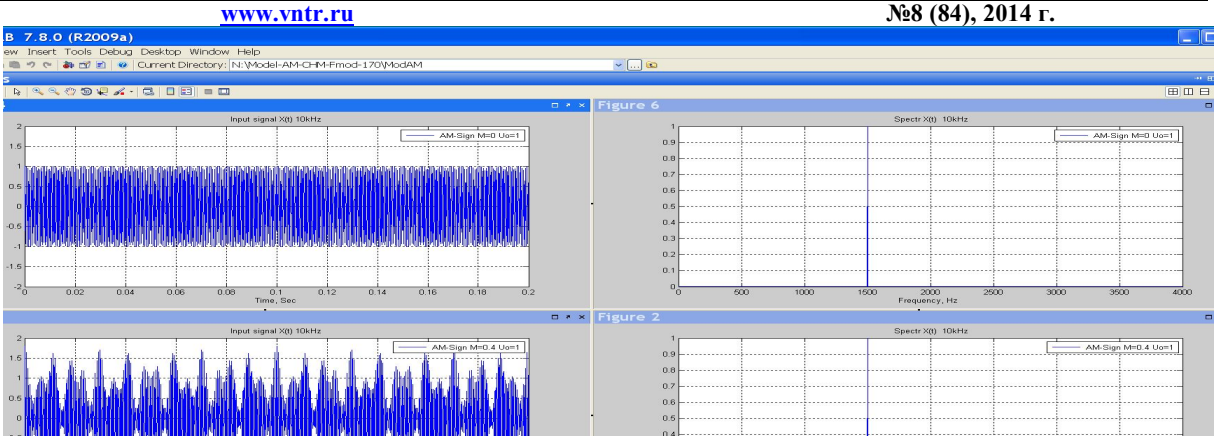


Рис. 2. Временные реализации (слева) однотонального сигнала и сигнала, модулированного двутональным сигналом при одинаковых индексах амплитудной модуляции (M_1=M_2=0.4) на разных модулирующих частотах f_1 = 100 Гц, f_2 = 200 Гц и их спектры (справа).

2.2 .Угловая модуляция

При анализе модулированных колебаний встречаются ситуации, когда в несущем гармоническом колебании изменяется либо частота, либо начальная фаза, а амплитуда остается постоянной. Поскольку аргумент гармонического колебания $\psi(t) = (\omega_o t + \varphi)$ называется полной фазой, которая определяет текущее значение фазового угла, то такие сигналы называются сигналами с угловой модуляцией.

Если полная фаза определяется выражением вида

$$\psi(t) = \omega_o t + ks(t) , \qquad (8)$$

где $s(t)$ – некая функция, модулирующая фазу, а k – коэффициент пропорциональности, то имеет место фазовая модуляция (ФМ) сигнала:

$$x_{ФМ}(t) = A_0 Cos[\omega_0 t + ks(t)] . \qquad (9)$$

Мгновенная частота $\omega(t)$ сигнала с угловой модуляцией определяется как первая производная от полной фазы по времени:

$$\omega(t) = \frac{d\psi}{dt} . \qquad (10)$$

При этом полная фаза определяется выражением

$$\psi(t) = \int_{-\infty}^{t} \omega(\tau) d\tau + Const \qquad (11)$$

Если между величинами $s(t)$ и $\omega(t)$ имеется связь вида

$$\omega(t) = \omega_o + ks(t) , \qquad (12)$$

то имеет место частотная модуляция (ЧМ). При этом ЧМ-сигнал определяется выражением

$$x_{ЧМ}(t) = A_0 Cos\left[\omega_0 t + k \int_{-\infty}^{t} s(\tau) d\tau \right] . \qquad (13)$$

Анализ сигналов с угловой модуляцией значительно сложнее, чем сигналов с амплитудной модуляцией [5]. Однако, для понимания физической сущности явления

целесообразно ограничиться рассмотрением сигналов с однотональной угловой модуляцией. В случае однотонального ЧМ-сигнала мгновенную частоту можно представить выражением

$$\omega(t) = \omega_0 + \Delta\omega Cos(\Omega t + \Phi_0),$$

где Δω – девиация частоты сигнала. На основании (11) полная фаза сигнала имеет вид

$$\psi(t) = \omega_0 t + \frac{\Delta\omega}{\Omega} Sin(\Omega t + \Phi_0) + \varphi_0, \quad (14)$$

откуда следует, что величина

$$m = \Delta\omega / \Omega, \quad (15)$$

носящая название *индекса однотональной частотной модуляции*, отображает собой девиацию фазы сигнала, выраженную в радианах.

Для упрощения дальнейших выкладок положим равенство нулю фазовых углов ($\varphi_o = \Phi_o = 0$), тогда мгновенное значение ЧМ-сигнала можно представить в виде

$$x_{ЧМ}(t) = A_0 Cos(\omega_0 t + mSin\Omega t). \quad (16)$$

Аналитическая форма записи однотонального ФМ-сигнала такая же, как ЧМ-сигнала, однако эти сигналы ведут себя по-разному при изменении частоты модуляции и амплитуды модулирующего сигнала.

При частотной модуляции величина девиации частоты Δω пропорциональна амплитуде низкочастотного сигнала и не зависит от частоты модулирующего сигнала Ω.

При фазовой модуляции её индекс *m* оказывается пропорциональным амплитуде низкочастотного сигнала независимо от его частоты. Как следствие этого девиация частоты Δω при ФМ в соответствии с (15) линейно увеличивается с ростом частоты Ω.

3. Спектральное разложение сигналов с угловой модуляцией при малых индексах модуляции

Задачу о представлении сигналов с угловой модуляцией посредством суммы гармонических колебаний относительно просто решить, если ограничиться случаем $m<<1$. Для этого преобразуем формулу (16) следующим образом:

$$x_{ЧМ}(t) = A_0 Cos(mSin\Omega t) Cos\omega_0 t - A_0 Sin(mSin\Omega t) Sin\omega_0 t. \quad (17)$$

Предположение о малости индекса угловой модуляции позволяет воспользоваться приближенными равенствами: $Cos(mSin\Omega t) \approx 1$, $Sin(mSin\Omega t) \approx mSin\Omega t$, на основании чего спектр частотной модуляции при $m<<1$ можно представить в виде трёх составляющих: колебания на несущей частоте ω_o и двух боковых составляющих на частотах ω_o-Ω и ω_o+Ω.

$$x_{ЧМ}(t) \approx A_0 Cos\omega_0 t - \frac{mA_0}{2} Cos(\omega_0 - \Omega)t + \frac{mA_0}{2} Cos(\omega_0 + \Omega)t. \quad (18)$$

Индекс частотной модуляции *m* здесь играет такую же роль, что и глубина амплитудной модуляции *M* в выражении (3). Существенным же отличием спектра ЧМ-сигнала от спектра АМ-сигнала является отрицательный знак перед нижней комбинационной составляющей, имеющей дополнительный фазовый сдвиг на 180^o.

Из выражений (4) и (18) следует, что форма спектров АМ- и ЧМ-сигналов (при малом индексе частотной модуляции $m<<1$) – одинакова, т.е. спектр частотно-модулированного колебания при однотональной модуляции с малым индексом модуляции, также как и спектр амплитудно-модулированного колебания, состоит из несущей частоты ω_o и двух спутников с частотами (ω_o - Ω) и (ω_o+Ω). Таким образом, по внешнему виду спектра модулированного вибросигнала можно выявить лишь качественную картину проявления неисправности узла механизма, но невозможно определить физическую причину её проявления. Так, например, питтинг контактирущих поверхностей зубчатого зацепления в спектре вибраций проявляется

в виде амплитудной модуляции частоты пересопряжения зубьев ω_z частотой вращения вала Ω дефектного колеса на частотах $\omega_z \pm k\Omega$, в то время как заедание проявляется в виде частотной модуляции на тех же частотах $\omega_z \pm k\Omega$. По спектру вибрационного сигнала невозможно идентифицировать эти два вида совершенно различных по своей физической природе и по скорости развития до предельно допустимых значений эксплуатационных повреждений контактирующих поверхностей.

4. Спектры сигналов при одновременной модуляции по амплитуде и частоте

В реальных условиях, при развитии дефектов контактирующих поверхностей узлов механизма, амплитудная и частотная модуляции могут наблюдаться одновременно вследствие параллельного развития различных дефектов в узлах с одинаковыми несущими частотами. В этом случае наблюдается нарушение симметрии спектра боковых составляющих. Эта особенность проиллюстрирована на модели (1).

Расчёт характеристик данной модели был произведен при следующих параметрах: амплитуда несущей частоты $A_0 = 1$, несущая частота $f_0 = 1500$ Гц, модулирующие частоты $f_1 = f_2 = 100$ Гц, индексы амплитудной и частотной модуляции соответственно $M = 0.6$; $m = 0.1$, частота дискретизации $f_д = 10$ кГц. Полученные в результате моделирования временные реализации и их спектры представлены на рисунке 4.

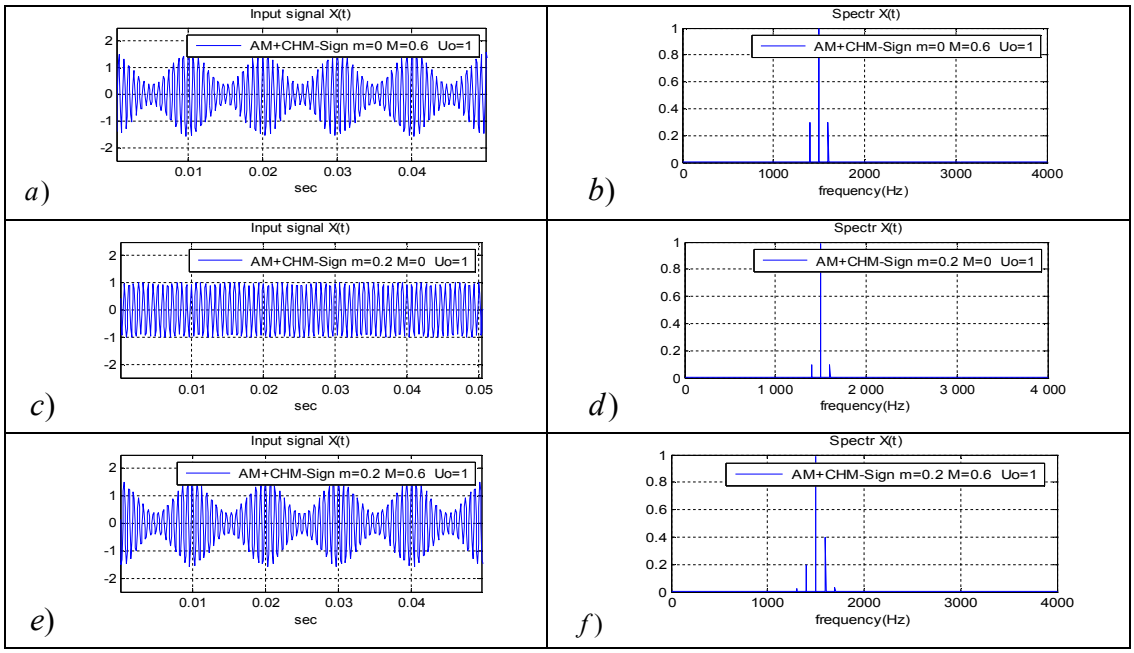


Рис. 4. Модели временных реализаций: *a*), *c*), *e*) и их спектры: *b*), *d*), *f*) для АМ-сигнала (M=0.6, m=0), для ЧМ-сигнала (M=0; m=0.2) и сигнала при одновременной модуляции по амплитуде и частоте (M=0.6; m=0.2).

Как указывалось выше, в случае малого индекса модуляции спектр ЧМ-сигнала (рисунок 4, *d*) подобен симметричному спектру АМ-сигнала (рисунок 4, *b*). Таким образом, на основании только данных спектрального анализа вибрационных сигналов распознавание вида эксплуатационного повреждения машинного оборудования не представляется возможным.

В третьей строке таблицы, представленной на рисунке 4, приведены изображения временной реализации и спектра вибрационного сигнала при суммарном воздействии амплитудной и частотной модуляции. Временной процесс, при этом, внешне не отличим от АМ-сигнала, а спектр (рисунок 4, *f*) – не симметричен, так как, в соответствии с формулами (4) и (18), при одинаковых несущих частотах АМ- и ЧМ-сигналов амплитуды верхних комбинационных частот складываются, а нижних – вычитаются. Этот признак является

характерным для суммарного эффекта воздействия на вибрацию амплитудной и частотной модуляции. Следует, однако, иметь в виду, что такой же эффект может наблюдаться при любом виде модуляции в зоне резонансной частоты, не совпадающей с несущей частотой и расположенной слева от неё.

Суперпозиция амплитуд комбинационных спектральных составляющих АМ- и ЧМ-сигналов с учётом фазы наблюдается только при равенстве модулирующих частот. Это видно из рисунка 4, *f*). Если же модулирующие частоты различаются между собой, наблюдается аддитивное представление комбинационных спектральных компонент АМ- и ЧМ-сигналов, благодаря чему спектры комбинационных частот симметрично расположены относительно несущей частоты.

5. Уточнённый спектральный состав сигналов с угловой модуляцией

Более точный анализ спектрального состава сигналов с угловой модуляцией путём учёта двух членов ряда разложения гармонической функции [5] приводит к появлению в спектре ЧМ-сигнала дополнительных боковых составляющих.

Если в формуле (17) воспользоваться двумя членами разложения, то выражение (17) примет вид

$$x(t) \approx -A_0 Sin\omega_0 t\left(mSin\Omega t - \frac{m^3 Sin^3\Omega t}{6}\right) + A_0 Cos\,\omega_0 t\left(1 - \frac{m^2 Sin^2\Omega t}{2}\right).$$

Тригонометрические преобразования приводят к следующему результату:

$$x(t) = A_0\left(1 - \frac{m^2}{4}\right)Cos\ \omega_0 t + A_0 m\left(1 - \frac{m^2}{8}\right)\times$$

$$\times\left[Cos\ (\omega_0 + \Omega)t - Cos\ (\omega_0 - \Omega)t\right] + A_0\frac{m^2}{8}\left[Cos\ (\omega_0 + 2\Omega)t + Cos\ (\omega_0 - 2\Omega)t\right] +$$

$$+\frac{A_0 m^2}{48}\left[Cos\ (\omega_0 + 3\Omega)t - Cos\ (\omega_0 - 3\Omega)t\right]$$

Эта формула говорит о том, что в спектре сигнала с однотональной угловой модуляцией помимо уже известных компонент ($\omega_o \pm \Omega$) содержатся новые спектральные составляющие – боковые комбинационные частоты: ($\omega_o \pm 2\Omega$), ($\omega_o \pm 3\Omega$). При этом с ростом индекса модуляции *m* амплитуда боковых составляющих увеличивается, в то время как амплитуда несущего колебания уменьшается пропорционально множителю (1- $m^2/4$).

На рисунке 5 представлены варианты ЧМ-сигналов и их спектров при различных значениях индекса частотной модуляции *m* (0; 0.1; 0.5; 5.0), в том числе при большом значении индекса модуляции ($m>>1$), в отсутствие амплитудной модуляции ($M=0$) и частоте дискретизации сигнала 10 кГц. Рисунок демонстрирует симметрию модуляционного спектра в окрестности несущей частоты и его расширение с увеличением индекса модуляции.

При рассмотрении графического представления сигналов и их спектров, очевидно, что при малом индексе модуляции *m* спектр ЧМ-сигнала по форме не отличается от спектра АМ-сигнала, т.е. имеет симметричные составляющие, отстоящие от несущей частоты на частоту, кратную гармонике модулирующей частоты. С ростом индекса модуляции форма сигнала начинает меняться, что особенно заметно при большом индексе частотной модуляции ($m=5$). В спектре растет число комбинационных составляющих, их амплитуды растут и перераспределяются в соответствии с номером гармоники (чётный-нечётный), а амплитуда несущей частоты уменьшается (если при $m = 0$ амплитуда на несущей частоте $A_0 = 1$, то при $m = 5$ $A_0 = 0.18$).

Следует отметить одну существенную особенность спектрального анализа ЧМ-сигналов при цифровой обработке. Частота дискретизации сигнала должна превышать высшую граничную частоту сигнала не в 2 раза (в соответствии с теоремой Котельникова), а быть значительно выше (для обеспечения достаточного частотного разрешения с учетом

медленно меняющейся частоты сигнала). Особенно необходимо соблюдать это правило при анализе спектра частотной огибающей с использованием преобразования Гильберта.

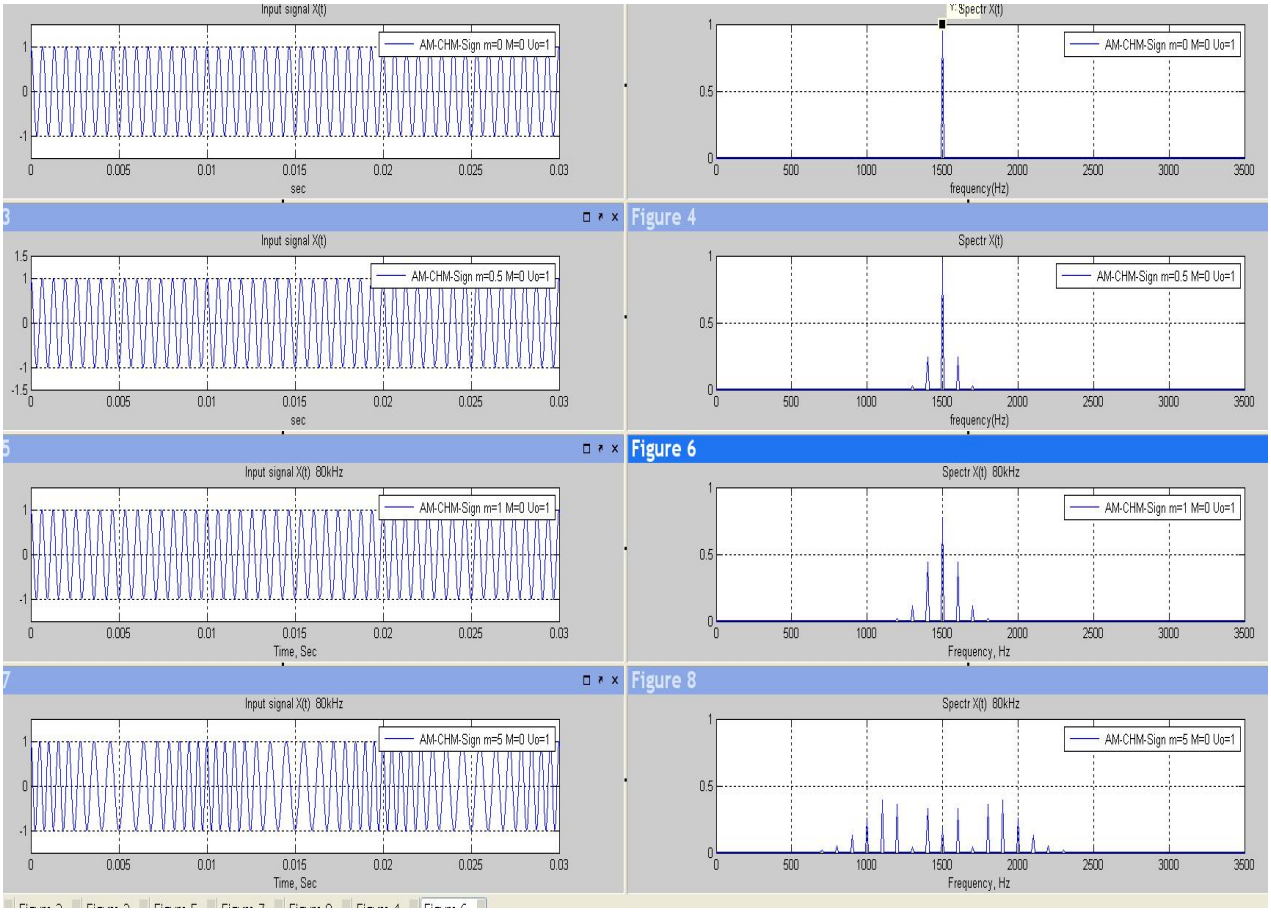


Рис. 5. Изменение временного представления и спектра частотно- модулированного сигнала с ростом индекса частотной модуляции (m = 0; 0.1; 0.5; 5.0) в отсутствие амплитудной модуляции (M=0). Частота дискретизации ЧМ-сигнала 10 кГц

На рисунке 6 представлены зуммированные спектры сложного амплитудно- и частотно-модулированного сигнала при фиксированном значении глубины однотональной амплитудной модуляции (M=0.4) и различных индексах однотональной частотной модуляции (m=0; 0.1; 0.5; 1.0). Частота дискретизации сигнала 80 кГц.

С ростом индекса модуляции наблюдается расширение полосы частот, занимаемой сигналом, и наблюдается перераспределение мощности в спектре такого сигнала.

Интересно отметить, что угловая модуляция при негармоническом модулирующем сигнале, например, в виде суммы двух низкочастотных сигналов с частотами Ω_1 и Ω_2, даже при малости индекса модуляции, приводит к появлению в спектре ЧМ-сигнала, помимо частот вида $\omega_o \pm \Omega_1$, $\omega_o \pm \Omega_2$, $\omega_o \pm 2\Omega_1$, $\omega_o \pm 2\Omega_2$, комбинационных частот вида $\omega_o \pm k_1\Omega_1 \pm k_2\Omega_2$, т.е. спектр ЧМ-сигнала гораздо богаче спектра АМ-сигнала. Это явление взаимодействия компонент модулирующего сигнала называют модуляцией нелинейного вида, что, безусловно, осложняет анализ вибрационных процессов и диагностику неисправностей машинного оборудования.

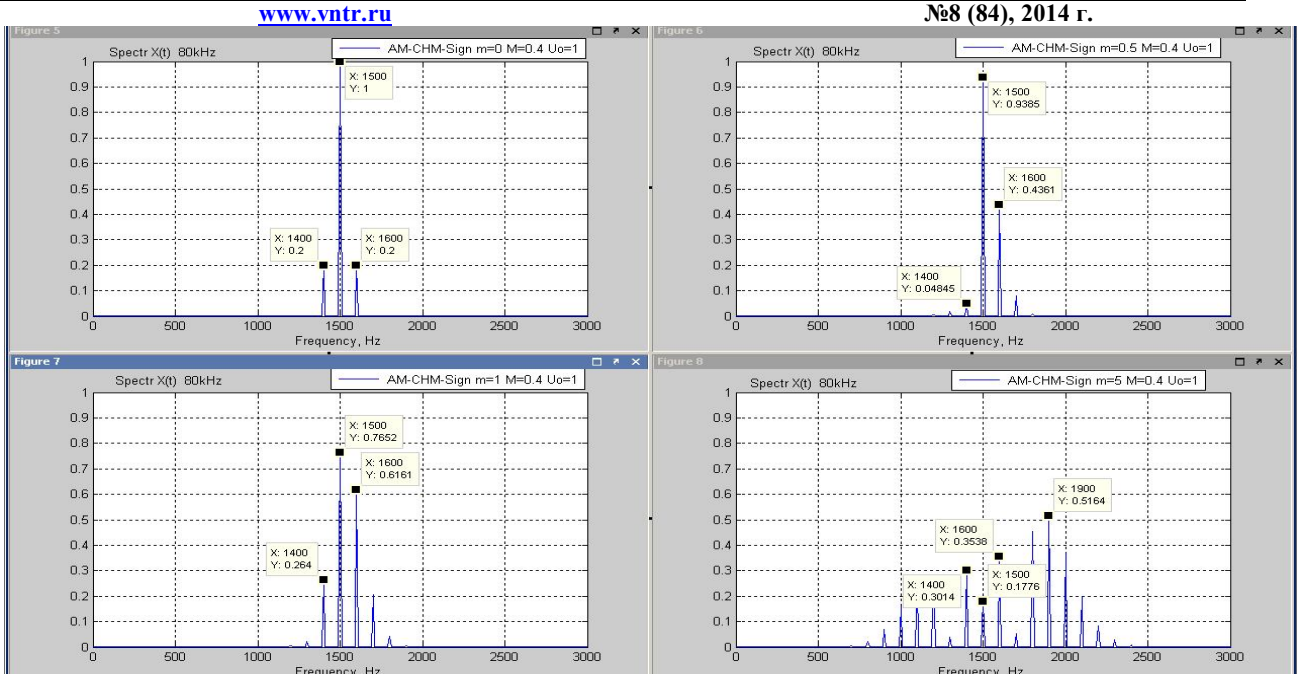


Рис. 6. Зуммированные спектры амплитудно- и частотно- модулированных сигналов при одинаковой глубине амплитудной модуляции M=0.4 и различных индексах частотной модуляции m=0; 0.1; 0.5; 5.0. Частота дискретизации сигнала 80 кГц

В общем случае однотональной ЧМ-модуляции с любым индексом модуляции формулу (14) можно выразить через функции Бесселя. Спектр сигнала с угловой модуляцией (16) при произвольной величине индекса модуляции содержит бесконечное число составляющих, частоты которых равны $\omega_o \pm k\Omega$, а амплитуды пропорциональны значениям $J_k(m)$ – функции Бесселя k-го порядка от величины m

$$x(t) = A_0 \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(m) Cos(\omega_0 + k\Omega)t\,. \qquad (19)$$

При этом, поскольку функции Бесселя с положительными и отрицательными индексами связаны между собой соотношением вида

$$J_{-k}(m) = (-1)^k J_k(m)\,,$$

начальные фазы боковых колебаний с частотами $\omega_o + k\Omega$ и $\omega_o - k\Omega$ совпадают, если k – чётное, и отличаются на 180^o, если k – нечётное число.

С ростом индекса модуляции наблюдается расширение полосы частот. Практическая ширина спектра сигнала с угловой модуляцией $\approx 2\ m\Omega = 2\Delta\omega$, так как спектральными составляющими с номерами $k > m+1$ можно пренебречь [5].

Из выражений (4) и (18) следует, что форма спектров АМ- и ЧМ-сигналов (при малом индексе частотной модуляции $m<<1$) – одинакова, т.е. спектр частотно-модулированного колебания при однотональной модуляции с малым индексом модуляции, также как и спектр амплитудно-модулированного колебания, состоит из несущей частоты ω_o и двух спутников с частотами (ω_o - Ω) и (ω_o+Ω). Таким образом, по внешнему виду спектра модулированного вибросигнала можно выявить лишь качественную картину проявления неисправности узла механизма, но невозможно определить физическую причину её проявления. Так, например, питтинг контактирующих поверхностей зубчатого зацепления в спектре вибраций проявляется в виде амплитудной модуляции частоты пересопряжения зубьев ω_z частотой вращения вала Ω дефектного колеса на частотах $\omega_z \pm k\Omega$, в то время как заедание проявляется в виде частотной модуляции на тех же частотах $\omega_z \pm k\Omega$. По спектру вибрационного сигнала невозможно идентифицировать эти два вида совершенно различных

по своей физической природе и по скорости развития до предельно допустимых значений эксплуатационных повреждений контактирующих поверхностей.

6. Демодуляция вибросигнала с использованием преобразования Гильберта

Для достоверного распознавания вида модуляции (и, соответственно, типа повреждения узла механизма) необходимо дополнить результат спектрального анализа самого вибросигнала результатами анализа сигналов амплитудной и частотной огибающих.

При анализе сигналов вибрации в дискретной форме в настоящее время используются цифровые методы формирования огибающей. Цифровой детектор огибающей, как и его электронный аналог, должен, как правило, включать в себя последовательные операции: полосовая фильтрация, демодуляция, децимация, низкочастотная фильтрация. Затем производится операция спектрального анализа огибающей.

Наиболее эффективен метод выделения огибающей с помощью преобразования Гильберта [6], позволяющего получать не только амплитудную, но и частотную (фазовую) огибающие. С помощью преобразования Гильберта устанавливается связь между вещественной и мнимой частями одностороннего аналитического сигнала, определяемого при $t \geq 0$, и равного нулю при $t < 0$.

Для сигнала $x(t)$ сопряженный по Гильберту сигнал определяется выражением

$$H\{x(t)\} = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)\frac{1}{\tau - t}d\tau, \qquad (20)$$

где τ – независимая переменная; $x(t)$ и $H\{x(t)\}$ – вещественные сигналы.

Если случайный узкополосный процесс представить в общем виде выражением

$$x(t) = A(t)\ Cos\ \varphi(t), \qquad (21)$$

где $A(t)$ – его огибающая, а $\varphi(t)$ – фаза, то эти параметры сигнала могут быть получены с помощью преобразования Гильберта.

Для разделения сигналов с амплитудной и фазовой модуляцией, имеющих общий вид (20), на простые составляющие, целесообразно воспользоваться его комплексным представлением в виде аналитического сигнала

$$z\ (t) = x(t) + j\ H\{x(t)\}. \qquad (22)$$

При использовании представления сигнала в комплексной форме (22) амплитуду $A(t)$и полную фазу $\varphi(t)$ можно представить в виде

$$A(t) = [x^2(t) + H^2\{x(t)\}]^{1/2}, \qquad (23)$$

$$\varphi\ (t) = arctg\ [H\{x(t)\}/x(t)]. \qquad (24)$$

При этом мгновенная частота сигнала $\omega(t)$ есть производная от полной фазы по времени и определяется выражением

$$\omega(t) = \frac{d\varphi(t)}{dt} = \frac{d}{dt}arctg\frac{H\{x(t)\}}{x(t)} = \frac{H'\{x(t)\}x(t) - x'(t)H\{x(t)\}}{H^2\{x(t)\} + x^2(t)}\ . \qquad (25)$$

Преобразование Гильберта позволяет разделять модулирующие функции $A(t)$ и $\varphi(t)$ при любом виде этих сигналов, т.е. получать временные реализации сигналов амплитудной и фазовой (частотной) огибающих. С помощью преобразования Фурье каждый их этих сигналов может быть представлен в частотной области в форме спектра с целью

последующего анализа и идентификации эксплуатационных повреждений машинного оборудования. Однако существуют проблемы с достоверной оценкой параметров частотной огибающей на основе преобразования Гильберта, обусловленные погрешностями счета по формуле (25), малой длительностью цифровой реализации исходного вибросигнала, недостаточно высокой частотой дискретизации сигнала, выбросами амплитуды в сигнале частотной огибающей и переходными процессами в начале и конце временной реализации огибающей.

7. Результаты анализа спектральных характеристик амплитудной и частотной огибающих моделей АМ- и ЧМ-сигналов, полученных с использованием преобразования Гильберта

Ниже представлены результаты демодуляции цифровых моделей сигналов с использованием преобразования Гильберта. Программный комплекс ИМАШ РАН позволяет создать математические модели вибрационных процессов, имитирующие воздействия различного типа эксплуатационных повреждений узлов машинного оборудования на характеристики колебательных процессов, сформировать и представить графически временные характеристики АМ- и ЧМ-сигналов, их спектры (на основе БПФ), сформировать амплитудные и частотные огибающие сигналов и получить их спектральное представление для различных значений индексов амплитудной и частотной модуляции.

При исследовании параметров АМ- и ЧМ-сигналов и их огибающих с использованием преобразования Гильберта было установлено, что на значения параметров ЧМ-сигналов оказывает влияние множество факторов, играющих роль помехи и влияющих на точность оценки как амплитудных и частотных характеристик спектров самих ЧМ-сигналов так и их огибающих.

Было установлено влияние АМ на параметры ЧМ при их одновременном воздействии на сигнал, особенно, если их частоты совпадают. При этом погрешность оценки спектров ЧМ-огибающих существенно зависит от частоты дискретизации: погрешность снижается с ростом частоты взятия выборок. Влияние частоты дискретизации на модуляционные характеристики представлено на рисунках 7 и 8, где, при неизменных значениях параметров (амплитуда несущей частоты $A_0 = 1$, несущая частота f_0=1500 Гц, модулирующие частоты $f_1 = f_2$ =100 Гц, индексы амплитудной и частотной модуляции соответственно M = 0.4; m = 0) рассмотренной выше модели (1), варьировалась только частота дискретизации $f_д$ в пределах (10, 20, 40, 80) кГц.

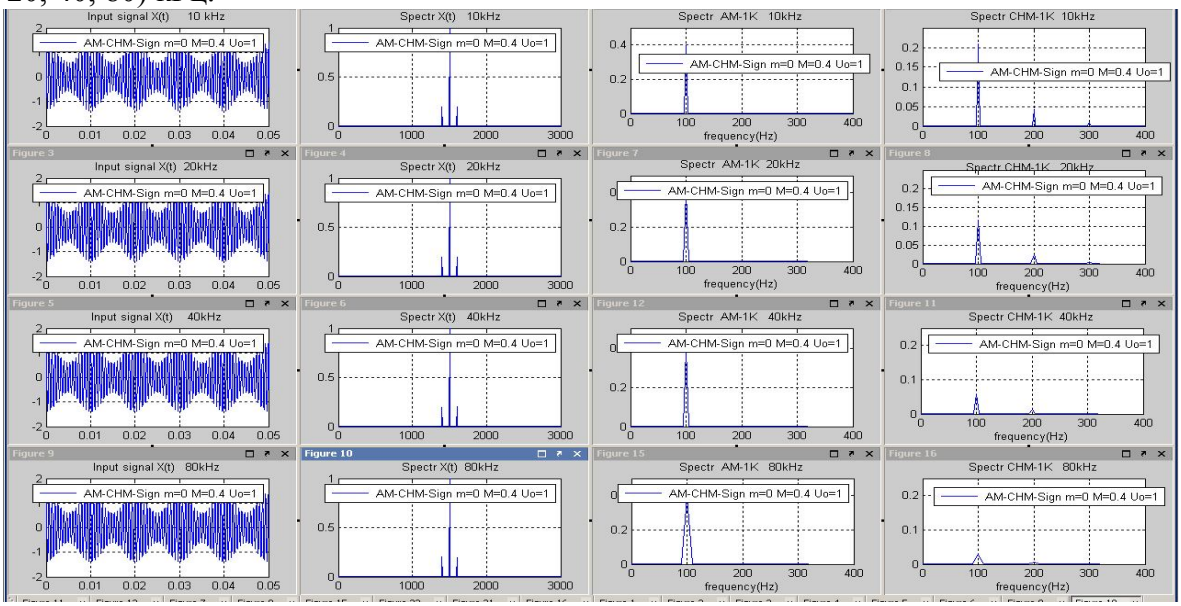


Рис. 7. Влияние частоты дискретизации на представление модулированного сигнала (столбец 1), его спектра (столбец 2) спектров амплитудных (столбец 3) и частотных (столбец 4) огибающих в отсутствие частотной модуляции (m=0) сигнала при неизменной амплитудной модуляции (M=0.4)

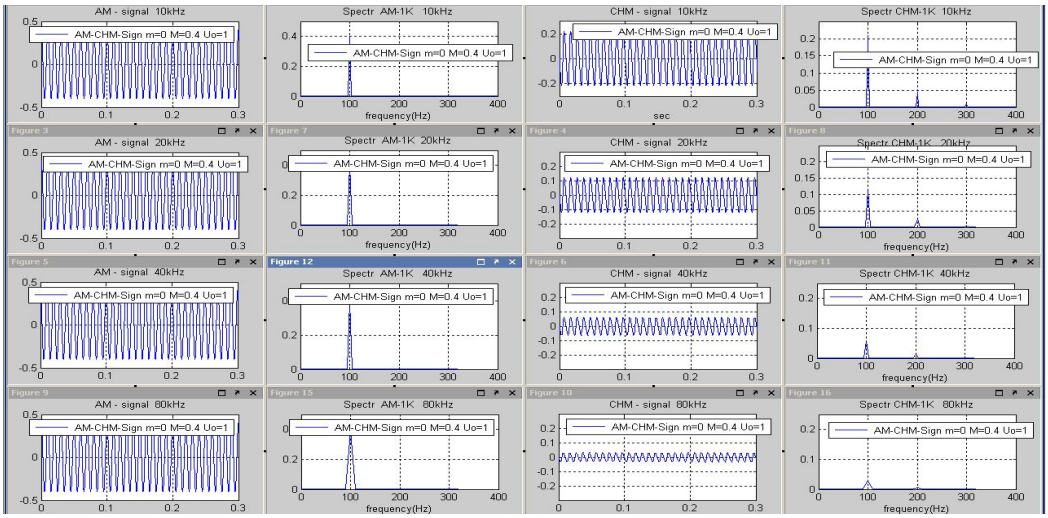


Рис. 8. Влияние частоты дискретизации на представление амплитудной огибающей сигнала (столбец 1), спектра амплитудной огибающей (столбец 2) ,частотной огибающей (столбец 3) и спектра частотной огибающей (столбец 4) в отсутствие частотной модуляции (m=0) сигнала при неизменной амплитудной модуляции (M=0.4)

Из рассмотрения картинок, приведенных на рисунках 7 и 8, видно, что изменение частоты дискретизации в 8 раз лишь незначительно влияет на вид модулированного временного сигнала и его спектра, амплитудной огибающей и её спектра (первый, второй и третий столбцы рисунка 7, первый и второй столбцы рисунка 8). В то же время, при отсутствии частотной модуляции (m = 0) в рассматриваемой модели сигнала (1), расчётные значения параметров частотной огибающей отличаются от 0, погрешность их оценки существенно уменьшается с ростом частоты дискретизации. Изменение амплитуды временной реализации частотной огибающей с ростом частоты дискретизации представлено на рисунке 8 (второй столбец), уменьшение амплитуды в спектре частотной огибающей представлено в четвёртом столбце рисунков 7 и 8.

Сложная картина представлена на рисунке 9 для 2-тональной АМ- и ЧМ-модуляции при низкой частоте дискретизации сигнала $f_д$ =10.0 кГц.

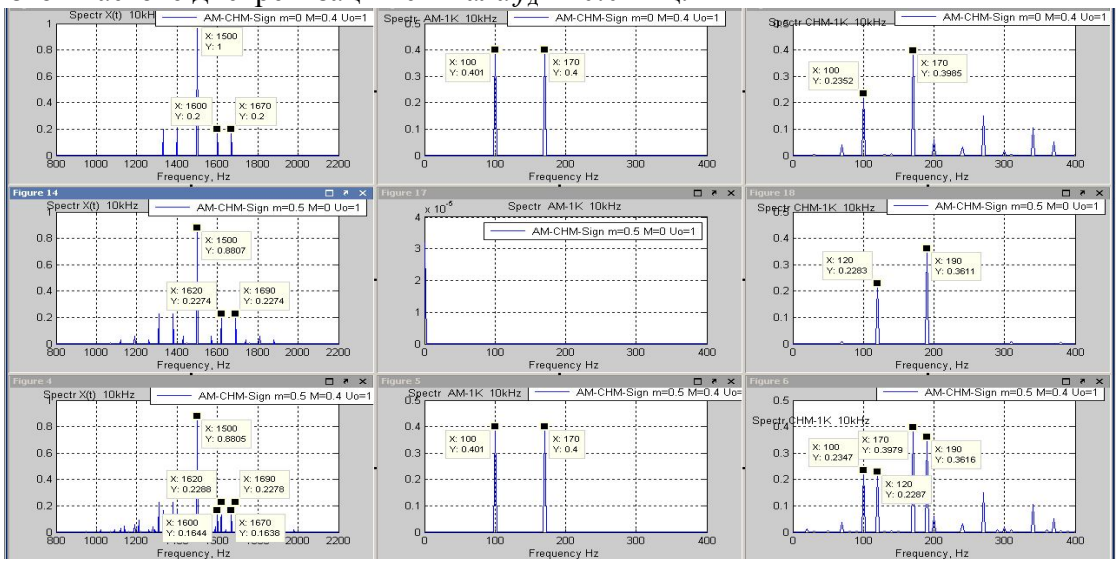


Рис. 9. Спектры сигнала, модулированного по амплитуде и частоте, и спектры его амплитудной и частотной огибающих для случаев двутональных амплитудной модуляции (m=0, M=0.4), частотной модуляции (m=0.5, M=0), амплитудной и частотной модуляции (m=0.5, M=0.4).Частота дискретизации $f_д$=10.0 кГц

На рисунке изображены спектры модели (1) при следующих параметрах сигнала: несущая частота f_0 = 1500 Гц, амплитуда несущей частоты A_0 = 1; частоты амплитудной модуляции (f_1 = 100 Гц, f_2 = 170 Гц), частотной модуляции (f_1 = 120 Гц, f_2 = 190 Гц); индексы амплитудной модуляции (M = 0; 0.4), частотной модуляции (m = 0; 0.5);. Рассмотрены три случая: наличие только амплитудной модуляции (M = 0.4; m=0) – верхняя строка, только частотной модуляции (M = 0; m = 0.5) – вторая строка, наличие амплитудной и частотной модуляции одновременно (M = 0.4; m = 0.5) – нижняя строка.

В отсутствие частотной модуляции (m=0) в спектре исходного сигнала видны только модуляционные составляющие на частотах 100 Гц и 170 Гц, они же видны и в спектре амплитудной огибающей. Амплитуда несущей частоты в спектре сигнала A_0 =1. При этом в спектре частотной огибающей присутствуют составляющие на частотах амплитудной модуляции (100 Гц и 170 Гц) а также их гармоники и комбинационные частоты.

В отсутствие амплитудной модуляции (M=0) в спектре исходного сигнала видны составляющие на частотах 120 Гц и 190 Гц и ряд их гармоник, они же видны в спектре частотной огибающей, но амплитуды их различны. Амплитуда же несущей частоты в спектре исходного сигнала равна A_0 = 0.88. В спектре амплитудной огибающей спектральные составляющие отсутствуют.

В случае одновременного воздействия амплитудной и частотной модуляции (M=0.4, m=0.5) в спектре сигнала есть все четыре частоты и их гармоники, в спектре амплитудной огибающей – составляющие на частотах амплитудной модуляции, а в спектре частотной огибающей - все четыре частотные составляющие и гармоники. Амплитуда несущей частоты в спектре сигнала A_0 = 0.88. Иными словами, частотная модуляция влияет на величину амплитуды несущей частоты в спектре исходного сигнала в сторону её уменьшения.

Таким образом, при анализе параметров модулированных вибрационных сигналов следует принимать во внимание возможные расчётные погрешности оценки индексов частотной модуляции. Если достоверность оценки глубины амплитудной модуляции достаточно высока и не зависит от воздействия на сигнал угловой модуляции, то присутствие амплитудной модуляции оказывает довольно значительное влияние на форму спектра частотной огибающей и значения индексов частотной модуляции. К тому же возможно “пролезание” частот амплитудной модуляции в спектр частотной модуляции.

8. Необходимость учёта дополнительных требований к цифровой обработке модулированных сигналов

При обработке модулированных цифровых сигналов на качестве обработки сказывается множество факторов. Помимо указанных выше следует учитывать качество регистрации и длительность временной реализации исходного модулированного сигнала. Из-за возникновения переходных процессов при вычислении частотной огибающей с использованием сложной функции (25), когда в числителе присутствует разность произведений производных по времени от исходной реализации сигнала и его преобразования Гильберта и наоборот, необходимо производить отсечение начальных и конечных фрагментов временной реализации частотной огибающей. В противном случае при операции центрирования сигнала огибающей, необходимой для расчета спектра, возникают большие погрешности обработки из-за скачков амплитуды и переходных процессов, искажающих информацию.

При проведении спектральной обработки вибросигналов конечной длительности, измеренных на натурных объектах, для получения достоверной информации необходимо производить усреднение по результатам обработки фрагментов реализации, полученным путём разбиения реализации исходного сигнала на несколько элементов. При коротких исходных временных реализациях обычно производят операцию зацикливания сигнала, иногда многократное, что практически не сказывается на спектральных оценках исходного вибрационного процесса (и даже не очень сильно искажает спектр амплитудной огибающей), но совершенно неприемлемо для расчета спектра частотной огибающей из-за фазовых

нестыковок фрагментов реализации. При расчёте спектра частотной огибающей необходимо устранять выбросы на длине каждого фрагмента, что ещё больше укорачивает длину фрагмента. Таким образом, ставится под вопрос целесообразность расчёта спектра частотной огибающей при несоблюдении ряда требований к исходной информации и технологии её цифровой обработки с применением преобразования Гильберта.

Заключение

В статье затронуты вопросы возникновения погрешностей оценки вида временных и спектральных характеристик вибрационных сигналов и их огибающих, а также значений индексов амплитудной и частотной модуляции. Ввиду сложности оценки данных параметров реальных вибрационных процессов, генерируемых функционирующими машинами и механизмами, проведено исследование на имитационных моделях сигналов с заданными параметрами исходного сигнала и его модуляционных характеристик. Такой подход позволил приоткрыть завесу над некоторыми проблемами взаимодействия модулирующих функций и их влияния на достоверность оценок параметров огибающих, полученных путём преобразования Гильберта модулированного по амплитуде и частоте вибрационного сигнала. В дальнейшем это позволит сделать более глубокий анализ влияния целого ряда параметров регистрируемых на диагностируемом объекте вибрационных параметров на точностные характеристики демодулированных сигналов, оценку вида модуляции и, в конечном счете, - эксплуатационных повреждений машинного оборудования.

Литература

1. Виброакустическая диагностика зарождающихся дефектов / Ф.Я. Балицкий, М.А.Иванова, А.Г.Соколова, Е.И.Хомяков / Под ред. М.Д.Генкина. – М.: Наука, 1984. - 120 с.
2. Генкин М.Д., Соколова А.Г. Виброакустическая диагностика машин и механизмов. – М.: Машиностроение, 1987. – 288 с.
3. Неразрушающий контроль: Справочник: В 7 т. Под общ. ред. В.В.Клюева. Т. 7: В 2 кн. Кн.2: Ф.Я.Балицкий, А.В.Барков, Н.А.Баркова и др. Вибродиагностика. – М.: Машиностроение, 2005. – 829 с.
4. Балицкий Ф.Я., Соколова А.Г., Долаберидзе Г.В., Иванова М.А. Диагностика дефектов машинного оборудования в нелинейной вибродиагностике методом каскадной демодуляции вибрации / Вестник научно-технического развития (www.vntr.ru) No 12 (76), 2013. С. 3-12.
5. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы: Учебник. – М.: Высшая школа., 1983. - 536 с.
6. Michael Feldman. Hilbert Transformation Applications in Mechanical Vibration. A John Wiley and sons, Ltd. Publication, 2011. - 292 p.