УДК 539.3(075.8)

# ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ОПТИКО-ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫХ МЕТОДОВ

**© Игорь Александрович Разумовский, Игорь Николаевич Одинцев**
*Федеральное государственное бюджетное учреждение науки*
*Институт машиноведения им. А.А. Благонравова Российской академии наук*
murza45@gmail.com

***Аннотация.*** *В статье содержится обзор экспериментальных методов, используемых для анализа нелинейных динамических процессов и виброповедения элементов машин. Кратко изложены теоретические основы методов, рассмотрены возможности современного экспериментального оборудования, особенности проведения экспериментальных исследований в лабораторных и натурных условиях. Приводятся примеры применения ряда методов для исследования волновых процессов, динамики систем, определения собственных частот, форм, декрементов колебаний и процесса разрушения деталей машин.*

***Ключевые слова:*** *голографическая и спекл-интерометрия, цифровая голография, метод корреляции цифровых изображений, виброхарактеристики элементов, динамическое разрушение.*

Постоянно повышающиеся требования к надёжности конструкций при одновременном увеличении их рабочих параметров и снижении веса, а также появление материалов с принципиально новыми свойствами, обуславливает растущую сложность проблем, которые практика проектирования и эксплуатации конструкций выдвигает перед исследователями. Бурное развитие вычислительной техники и компьютерных технологий существенно расширили возможности анализа нелинейных динамических процессов как на основе аналитических, так и с использованием численных методов, в связи с чем, как правило, для решения задачи исследователю достаточно разработать корректную модель исследуемого процесса. Кроме того, современные возможности численных методов и компьютерных технологий обусловили возможности значительного усложнения моделей динамических процессов. В свою очередь, усложнение моделей, как правило, требует дополнительного экспериментального анализа, причём не только для оценки коэффициентов уравнений модельных задач, но во многих случаях для выявления новых, не a’priori неизвестных явлений.

Компьютерные технологии позволили вывести на новый качественный уровень также и эксперимент – как с точки зрения возможности более корректной постановки задачи экспериментального исследования, так и интерпретации его результатов. В первую очередь это относится к когерентно-оптическим методам, позволяющим проводить регистрацию полей вибрационных и динамических перемещений исследуемого объекта в режиме реального времени, получая информацию непосредственно в цифровом виде.

С целью иллюстрации важности «прямого» экспериментального исследования динамических процессов ниже приведен пример исследования образца с трещиной при действии ударной нагрузки с использованием теневого **оптического метода каустик**. Этот метод как способ экспериментального определения параметра механики разрушения – коэффициента интенсивности напряжений (КИН) в вершине трещины предложен П.Маногом [1,2]. Метод позволяет определять величины КИН непосредственно на основе геометрических параметров теневых оптических картин, возникающих в окрестности вершин стационарных и движущихся трещин.

При изучении динамических характеристик материалов широко применяются

исследования образцов с предварительно созданными трещинами, которые нагружаются ударной нагрузкой с помощью испытательных машин маятникого типа или с падающим грузом. Ниже приведены некоторые результаты исследования КИН нормального отрыва в стационарной трещине в образце из высокопрочной стали Х2Н18Ко9М5 при нагружении падающим грузом (рис. 1), проведенного Калтофом и др. [2]. Динамическая нагрузка создавалась падающим со скоростью $0{,}5 м/сек$ грузом массой $90 кг$. Проводилось фотографирование мнимых изображений, получаемых при отражении света от поверхности образца с помощью высокоскоростной камеры Кранца-Шардина, содержащей 24 отдельных камеры, направленных на объект. Последовательное включение фотокамер и вспышек осуществляется электронным устройством через заданные промежутки времени $\tau$, $\tau_{\min} = 1 мкс$.

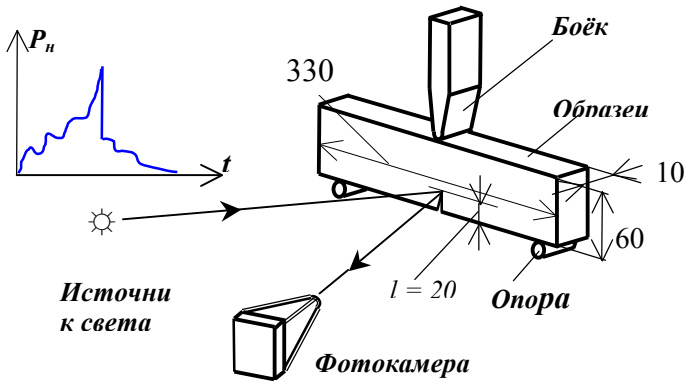



**Рис. 1.** Схема проведения эксперимента для исследования КИН в трещине при ударном нагружении

Примеры полученных теневых картин в зонах трещин приведены на рис. 2а. По этим фотографиям на основе непосредственной обработки теневых оптических картин (см. Приложение 1) были определены зависимости изменения во времени динамического КИН $K_I^{дин}$. Полученные результаты представлены на рис. 2б. Здесь также приведены величины КИН $K_I^P$, полученные с использованием соотношения

$$K_I^P(t) = K_I P(t),$$

где $K_I$ - расчётная величина КИН для стационарной краевой трещины в образце; $P(t)$ - величина нагрузки приложенной к образцу, которая была определена путём измерений с помощью установленного на бойке датчика.

Из рис. 2б следует, что вследствие влияния динамических эффектов между значениями $K_I^P$ и $K_I^{дин}$ имеет место существенное различие. Это, в частности означает, что влияние рассмотренных эффектов на динамическую прочность хрупких материалов, определяемую путём ударных испытаний, может быть значительным, и, соответственно, привести к большим ошибкам при определении критического значения $K_{IC}^{дин}$.

**Оптико-интерференционые методы исследования динамических процессов.** Традиционные измерительные средства, как правило, обеспечивают достаточную точность измеряемых величин в рамках поставленной задачи. Вместе с тем, они позволяют регистрировать только усредненные (накопленные на известной базе) величины деформаций или перемещений (а также скоростей, ускорений) в одном направлении и в заданной точке. Достоверность результатов таких измерений, как правило, требует дополнительного обоснования. В то же время, подходы, основанные на оптико-интерференционных способах регистрации полей деформаций или перемещений (поляризационно-оптические методы, методы голографической интерферометрии, спекл-фотографии, электронной цифровой спекл-интерферометрии и др.) обеспечивают возможность получения практически непрерывной информации на поверхности исследуемого объекта [3,4 и др.]. Они активно

используются для решения задач механики деформированного твердого тела, механики разрушения, вибродиагностики, динамики конструкций и т.д. Из них наиболее широкое применение в практике натурных исследований нашли метод фотоупругих покрытий, голографическая и спекл-интерферометрия, метод электронной цифровой спекл-интерферометрии (ЭЦСИ), которых является возможность создания надёжной мобильной измерительной аппаратуры. В последние годы всё более значительное место в этой области стали занимать методы цифровой голографии, а также цифровой обработки изображений. На рис. 3 представлена схема, где указаны области эффективного применения современных оптико-интерференционных методов для анализа виброхарактеристик, а также параметров напряжённо-деформированного состояния (перемещений, деформаций, напряжений) конструкций или их элементов.

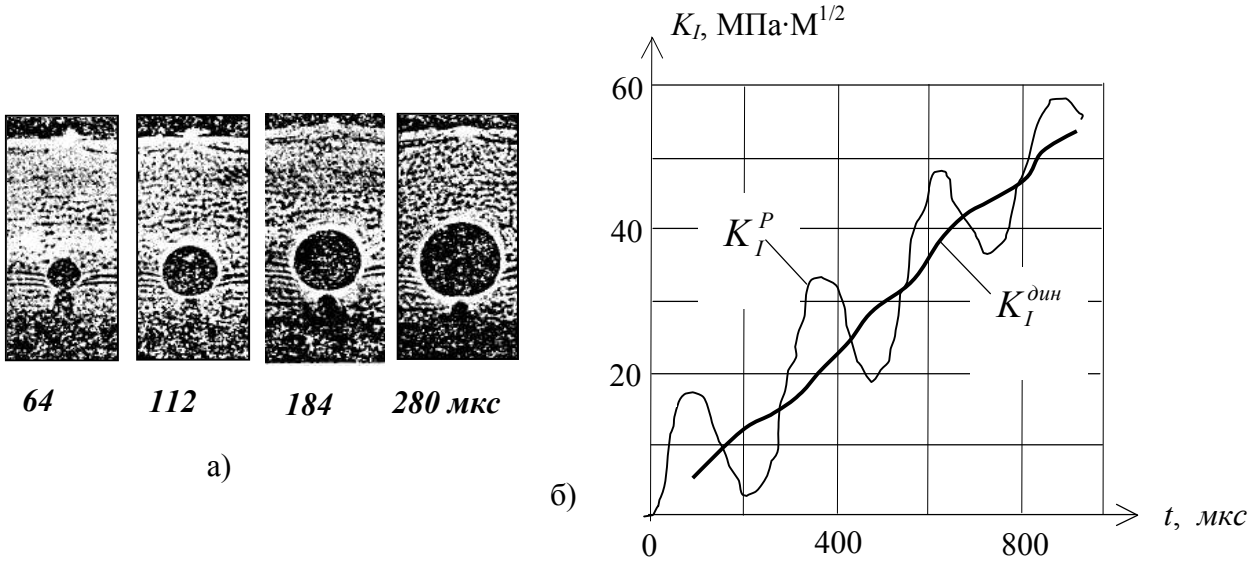



**Рис. 2.** Результаты эксперимента:
а) фотографии теневых картин, полученные при динамическом распространении трещины;
б) зависимости КИН от времени в стационарной трещине при действии ударной нагрузки

**1. Динамическая фотоупругость.** Метод фотоупругости (поляризационно-оптический метод) применяются для анализа напряженно деформированного состояния исследуемых объектов на основе измерения оптических параметров прозрачных материалов, обладающих ярко выраженным физическим свойством - так называемой оптической чувствительностью (к механическим напряжениям). Научные и научно-технические вопросы, связанные с его применением для исследования динамических и волновых процессов развивались на протяжении многих десятилетий (начиная с работы W.Konig (1901 г.) и вплоть до конца 80-х годов прошлого столетия). Были исследованы возможности исследования быстропротекающих процессов на упругих и вязкоупругих материалах, особенности и ограничения, возникающие при исследованиях пространственных задач, а также натурных материалов методом фотоупругих покрытий.

Были разработаны методики, техника и аппаратура для создания динамических и импульсных нагрузок, а также специализированные полярископы для регистрации динамических волновых процессов, с использованием которых проведены исследования НДС и процессов разрушения при динамических и сейсмических нагрузок элементов строительных конструкций АЭС, гидросооружений и т.п. [5 и др.].

Вместе с тем, в настоящее время динамическая фотоупругость как комплекс методик физического моделирования задач механики сплошных сред не в состоянии конкурировать с методами численного анализа указанных задач и утратил практическое значение. Такого рода заключение следует отнести и к поляризационно-оптическим методам исследований на моделях в целом.

**2. Метод голографической интерферометрии.** Термин «голографическая интерферометрия» объединяет целый комплекс специальных оптических методов исследования различного рода характеристик состояния или поведения физических объектов путем интерференции когерентных световых волн, отражаемых поверхностью тела.




**Рис. 3.** Оптико-интерференционные методы исследования виброхарактеристик, а также параметров НДС конструкций или их элементов ($S$ – взаимное смещение точек интерферограммы, расположенных на соседних интерференционных полосах)

Единым принципом для всей совокупности частных подходов здесь служит то, что совмещение во времени и интерференция волн, несущих в общем случае информацию о разномоментных состояниях системы «объект – измерительный прибор», обеспечивается их последовательной записью на голограммах с последующим одновременным воспроизведением (восстановлением). Первые работы в этой области появились в 60-е годы прошлого века (Денисюк, Лейт – Упатниекс, 1962), но уже к 1980-му году основанные на когерентной оптике методы анализа НДС, и, в первую очередь, голографическая интерферометрия, широко применялись не только в академических научных центрах, но и проектных институтах и заводских лабораториях при разработке и создании конструкций новой техники. Уникальные возможности бесконтактного получения высокоточной информации о деформированном состоянии объектов при статических, вибрационных и динамических нагрузках, которые открывает голографическая интерферометрия, а также и появившиеся затем *спекл-метрологии, электронная корреляционная спекл–интерферометрия и цифровая голография,* позволяют считать когерентно-оптические методы важным и перспективным направлением экспериментальной механики деформируемого твёрдого тела [5-7 и др.].

**2.1.** Основы теории образования интерференционных картин. Рассмотрим процесс формирования изображения по схеме, показанной на рис. 4а, которая используется для получения голограмм так называемым методом *двойной экспозиции*. Свет, отраженный телом на плоскость голограммы $x, y$ , может быть описан следующим выражением

$$E_0 = \mathrm{Re}\{B(x,y)\exp[i\varphi(x,y)]\}, \quad (1)$$

где $B(x, y)$ - модуль амплитуды, а $\varphi(x,y)$ - фаза; при этом обе величины являются в общем случае функциями координат точек в плоскости голограммы.

Опорный пучок света $E_R$, источником которого является высококогерентное лазерное излучение, может быть представлен в виде плоской волны с модулем $A$, падающей под углом $\xi$ к оси $z$, образует в плоскости голограммы фазовый член $(2\pi/\lambda)x\sin\xi$, то есть

$$E_R = \mathrm{Re}\{A\exp[i2\pi/\lambda)x\sin\xi]\}. \quad (2)$$

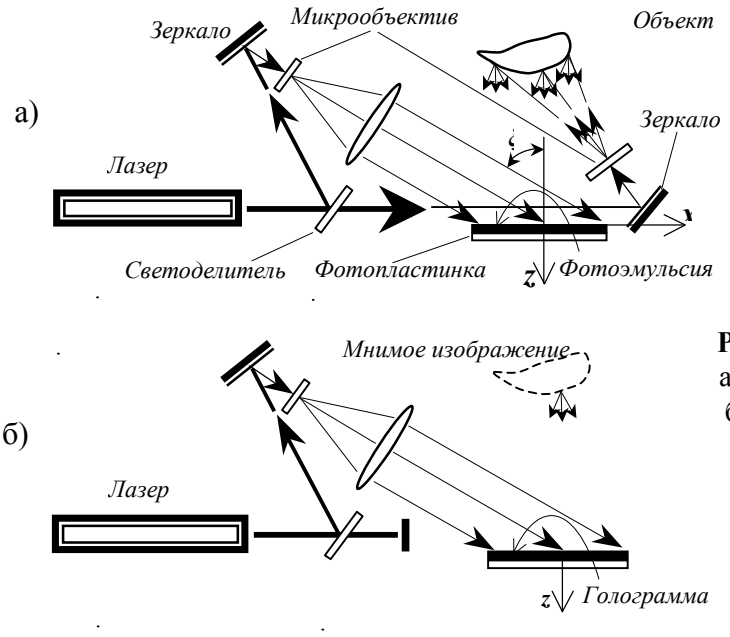



**Рис. 4.** Схема метода двойной экспозиции:
а) оптическая схема для записи голограмм;
б) восстановление мнимого изображения;

Отметим, что в выражениях (1) и (2) амплитуды являются действительными частями комплексной функции.

В методе двойной экспозиции выполняются две экспозиции исследуемого объекта, которые регистрируются на одну фотопластинку:

- первая экспозиция соответствует некоторому исходному (ненагруженному состоянию) объекта;
- вторая экспозиция соответствует нагруженному (деформированному) состоянию.

Для первой экспозиции суммарная амплитуда света в плоскости голограммы представляет собой суперпозицию двух волновых фронтов - отраженного объектного пучка и опорной волны

$$E_I = E_{0I} + E_R. \quad (3)$$

Для второй экспозиции суммарная амплитуда света записывается аналогично

$$E_{II} = E_{0II} + E_R. \quad (4)$$

Опорный пучок света $E_R$ одинаков для обеих экспозиций, амплитуда $E_{0I}$ задается выражением (1), а амплитуда $E_{0II}$ для малых перемещений может быть выражена следующим образом

$$E_{0II} = \mathrm{Re}\{B(x,y)\exp[i(\varphi + \Delta\varphi)]\}, \quad (5)$$

где $\Delta\varphi = \Delta\varphi(x,y)$ - характеризует изменение фазы, обусловленное перемещением поверхности тела.

Суммарная экспозиция в плоскости фотоэмульсии $I$ для обеих экспозиций определяется соотношением

$$I = \left|E_{0I} + E_R\right|^2 t_1 + \left|E_{0II} + E_R\right|^2 t_2, \quad (6)$$

где $t_1$ и $t_2$ - время 1-ой и 2-ой экспозиции соответственно.

Определим $I$ для случая $t_1 = t_2 = t$. Подставив в это выражение соотношения (2.1)—(2.5) и введя обозначение $\gamma = (2\pi/\lambda)x\sin\xi$, получаем

$$\begin{aligned} I/t = {} & 2(A^2 + B^2) + AB\exp(i\gamma)\{\exp(-i\varphi) + \exp[-i(\varphi + \Delta\varphi)]\} + \\ & + AB\exp(-i\gamma)\{\exp(i\varphi) + \exp[i(\varphi + \Delta\varphi)]\}. \end{aligned} \quad (7)$$

Выражение (7) описывает интенсивность света (освещённость фотопластинки) в процессе регистрации голограммы по методу двойной экспозиции. Интересующая нас информация о перемещениях исследуемого объекта заключается в изменении фазы $\Delta\varphi$.

*Восстановление изображения с голограммы.* При описании голографического процесса свойства фотопластинки представить в виде кривой зависимость *амплитудного пропускания* фотослоя T от экспозиции; как правило, зависимость $\mathrm{T} = \mathrm{T}(I)$ аппроксимируют прямой $\mathrm{T} = b_0 + b_1 I$.

Для восстановления изображения, зафиксированного на дважды экспонированной голограмме, обработанную фотопластинку помещают в голографическую схему, как это показано на рис. 4б .

При освещении дважды экспонированной голограммы опорной волной образуется новая волна, комплексная амплитуда которой $E_{пр}$ пропорциональна коэффициенту пропускания. Амплитуда света, прошедшего через голограмму, описывается следующей зависимостью $E_{пр} = I \times E_R = (b_0 + b_1 I)A\exp(-i\gamma)$.

Подставив в это выражение соотношение (7), получаем

$$\begin{aligned} E_{пр} = {} & \{b_0 + b_1 t[2(A^2 + B^2)]\}A\exp(i\gamma) + A^2 B b_1 t\{\exp(-i\varphi) + \exp[-i(\varphi + \Delta\varphi)]\} + \\ & + A^2 B b_1 t\{\exp(i\varphi) + \exp[i(\varphi + \Delta\varphi)]\}\exp(i2\gamma). \end{aligned} \quad (8)$$

Проанализируем выражение (8).

Первое слагаемое в этом выражении с точностью до константы $[b_0 + 2b_1 t(A^2 + B^2)]$ представляет собой *амплитуду опорной волны*, прошедшей через голограмму.

Второй член с точностью до действительного множителя $b_1 t A^2 B$ описывает две предметные волны, образующие *мнимое изображение*.

Наконец, третий член соответствует *искаженному* (из-за влияния члена $\exp(i2\gamma)$) *действительному изображению*.

Распределение интенсивности света в мнимом изображении будет соответствовать квадрату второго слагаемого в выражении (8)

$$E_{мним} = E^0[2 + \exp(-i\Delta\varphi) + \exp(i\Delta\varphi)] = 2E^0(1 + \cos\Delta\varphi). \quad (9)$$

где $E^0 = A^4 B^2 b_1^2 t^2$.

Выражение (9) является основным соотношением метода двойной экспозиции. Исходной информацией, используемой для получения полей перемещений поверхности исследуемого объекта, являются интерференционные полосы, которые являются геометрическим местом точек, где интенсивность мнимого изображения равна нулю, то есть выполняется следующее условие

$$1 + \cos\Delta\varphi = 2\cos^2(\Delta\varphi/2) = 0. \qquad (10)$$

*Изменение фазы при деформировании тела.* Изменение фазы $\Delta\varphi$, обусловленное перемещением поверхности объекта между двумя экспозициями, связано с изменением длины оптического пути света.

Для анализа процесса образования интерференционной картины при деформировании объекта рассмотрим схему, приведенную на рис. 5. Выразим изменение длины оптического пути ($L_1$ - $L_2$) через изменение фазы световой волны

$$\Delta\theta = (2\pi/\lambda)(L_1 - L_2). \qquad (11)$$

С учетом того, что $|PP'| << |PS|$, $|PP'| << |PO|$, из выражения (11) можно получить

$$\Delta\theta = (2\pi/\lambda)\left|\overline{PP'}\right|\left[(\mathbf{ps}+\mathbf{po})\mathbf{pp}'\right], \qquad (12)$$

где **pp'-** единичный вектор перемещения; **ps** и **po** - единичные векторы, характеризующие оптическую систему (вектор **(ps+po)** называется вектором чувствительности системы).

С учётом (12) выражение (9) приобретает следующий вид

$$I_{\text{«Ц»}} = 2I_0\left\{1+\cos(2\pi/\lambda)\left|\overline{PP'}\right|\left[(\mathbf{ps}'+\mathbf{p}'\mathbf{o})\mathbf{pp}'\right]\right\}. \qquad (13)$$

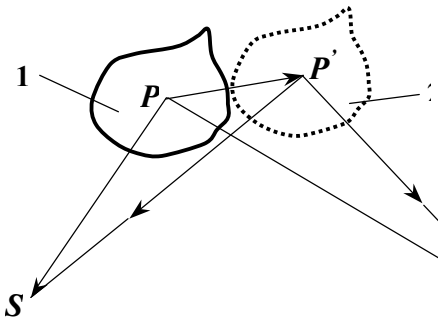



**Рис. 5.** Схема образования полос интерференции при деформировании тела:
1- исходное состояние;
2 – деформированное состояние;
*P* – произвольная точка в исходном (*P*) и деформированном состоянии (*P'*);
*S* - источник света;
*O* - точка в плоскости голограммы.

Для удобства практического применения полученного уравнения (13) к определению перемещений точек поверхности исследуемого объекта введем локальную систему декартовых координат $x_1, x_2, x_3$, связанную с точкой P, а вектор перемещений **pp'** представим в следующем виде

$$\overline{PP'} = u_i\ \overline{e_i},$$

где $i = 1, 2, 3$ ; $u_i$ - величины перемещений в $i$-м направлении; $e_i$ - единичные векторы в направлениях координатных осей.

Пусть направлению единичного вектора **ps** соответствует набор направляющих косинусов $l_i$, а направлению вектора **po** - набор направляющих косинусов $m_i$. Тогда формулу (2.19) можно записать в следующем виде

$$I_{\text{Im}} = 2I_0[1+\cos\frac{2\pi}{\lambda}(l_i u_i + m_i u_i)]. \qquad (14)$$

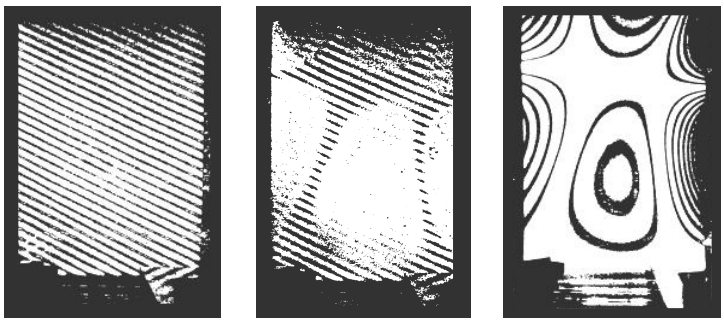
Таким образом, информация, получаемая из мнимого (или действительного) изображения, связана с тремя компонентами вектора перемещений **pp'**.

**2.2.** Эфективным методом экспериментального исследования динамических задач является импульсная голографическая интерферометрия (ИГ), в которой используются лишь два коротких, но высокоэнергетических импульса лазерного излучения, синхронизированных с требуемыми моментами движения тела. Современная аппаратура обеспечивает возможность исследования таким способом объектов размером до нескольких метров, при этом существенно малое время экспонирования голограммы (до $10^{-9}$ с) позволяет проводить исследования при скоростях движения до 1000 м/с. Примерно до конца прошлого столетия ИГ активно применялась для исследования динамических процессов в натурных объектах, а также дефектоскопии изделий как в лабораторных, так и в натурных условиях.

**2.3.** Исследование механических вибраций. Измерение механических колебаний является одной из наиболее интересных и практически важных областей применения голографической интерферометрии. Первые работы в этой области были выполнены Пауэллом и Стетсоном (1965). Суть изложенного ниже метода заключается в том, что на голограмме регистрируется усредненная по времени комплексная амплитуда падающей на нее световой волны, рассеянной объектом. Когда объект находится в состоянии синусоидальных колебаний, то большую часть времени он находится вблизи двух положений максимального смещения, в которых его скорость равна нулю. Поэтому усредненная по времени голографическая интерферограмма объекта похожа на двухэкспозиционную голограмму, на которой зафиксированы полосы, связанные со смещением объекта между двумя крайними положениями. Количественная же интерпретация такой интерферограмы требует специального анализа, который будет сделан ниже.

*При исследованиях виброхарактеристик* элементов конструкций экспериментальная процедура строится по двухэтапной схеме. Определение значений собственных (резонансных) частот производится с использованием *метода реального времени* [78 и основано на введение дополнительного сдвига в фазовые приращения световых волн, обусловленные смещениями точек поверхности тела. Наиболее удобным в практическом плане является введение линейного (по пространственным переменным) добавочного фазового слагаемого за счет малого наклона фронта волны, освещающей объект. Технически данная процедура осуществляется путем малого поворота стеклянной пластинки, помещенной в тракт слабо расходящегося освещающего пучка. В случае неподвижного объекта наблюдаемая интерферограмма будет представлять собой систему эквидистантных полос (растр). На рис. 6а показан типичный растр полос, наведенный таким образом на голографическое изображение неподвижной турбинной лопатки.

Далее к объекту прикладывается вибрационная нагрузка, например, с помощью возбудителя на основе пьезокерамических преобразователей. Точка (малая область) на объекте, которой непосредственно сообщается вибронагрузка, как правило, лежит на его



а) б) в)

**Рис. 6.** Голографические интерферограммы, наблюдаемые в реальном масштабе времени (а, б) и усреднения по времени (в) при исследованиях турбинной лопатки.

массивном, недеформируемом (на макроуровне) участке, например, в местах жесткого закрепления. В этом случае зона контакта исследуемого тела с вибровозбудителем будет находиться в пределах узловой линии при любой возможной резонансной форме, что снижает уровень искажений идеализированных собственных форм колебаний. До тех пор, пока частота вибронагружения существенно отличается от всех собственных частот объекта, наблюдаемый исходный растр полос будет сохраняться. При приближении возбуждающей частоты к какой-либо из собственных частот объекта происходит быстрый рост амплитуд его колебаний из-за явления резонанса. При визуальном наблюдении, интерференционные полосы на интерферограмме будут «исчезать» везде за исключением окрестностей узловых линий, где виброперемещения тождественно нулевые. Данная ситуация для одной из собственных (резонансных) частот турбинной лопатки демонстрируется на рис. 4б. Таким образом, путем варьирования частоты возбуждающей нагрузки можно исследовать весь спектр собственных частот с одновременной идентификацией соответствующих форм колебаний по положению узловых линий.

На втором этапе, если это необходимо, исследуются распределения амплитуд колебаний объекта в различных собственных формах с помощью *метода усреднения по времени* [6,7]. При этом регистрируются голограммы объекта, стационарно колеблющегося на собственных частотах, измеренных на первом этапе. Если перемещения точек объекта подчиняются гармоническому закону, то при восстановлении таких голограмм интенсивность наблюдаемого изображения оказывается промодулированной функцией

$$I = J_0^2[(\frac{2\pi}{\lambda})\vec{A}\vec{K}], \qquad (15)$$

где $J_0$ – функция Бесселя первого рода нулевого порядка, $\vec{A}$ – векторное поле амплитуд колебаний, $\vec{K}$ – вектор чувствительности голографического интерферометра, λ - длина волны когерентного излучения [3,4,7,8].

На полученной таким образом картине интерференционных полос, темные полосы соответствуют нулям функции (15). Узловым линиям на интерферограмме соответствуют полосы с наибольшей интенсивностью. На рис. 4в демонстрируется подобная интерферограмма усреднения по времени, полученная при колебаниях турбинной лопатки на той же частоте, что имела место при получении картины, показанной на рис. 4б.

К преимуществам метода когерентно-оптической, в частности – голографической, виброметрии, помимо бесконтактного характера измерений, следует отнести прежде всего возможность получения полного поля амплитуд виброперемещений. Важное значение это может иметь в задачах верификации расчетных процедур для численного анализа поведения механических объектов в соответствующих условиях. Исходя из целей подобных задач, объектами для тестовых испытаний могут служить как идеализированные образцы (пластины, оболочки и пр.), так и натурные элементы конструкций. В первом случае речь идет о верификации, собственно, разрабатываемых расчетных алгоритмов и программ с точки зрения достигаемой точности, возможностей учета специфических условий (влияния среды) и пр. Задачей второго подхода является оценка достоверности расчетной схематизации сложного объекта, включая формализацию реальных граничных условий.

В качестве примера исследования реального элемента конструкции ниже представлены результаты испытаний конструктивного элемента рулевого управления малогабаритного летательного аппарата (ЛА). На рис. 7 показаны некоторые из полученных интерферограмм, а также картины амплитудных перемещений сопоставленные с данными расчета, выполненного с помощью ПК ANSYS.

Надежность идентификации форм колебаний для такого сопоставления (для сложных объектов) обеспечивается именно возможностью наблюдения всего поля амплитудных смещений в эксперименте. При использовании традиционной испытательной техники,

например датчиков-акселерометров, идентификация форм регистрируемых резонансных колебаний вызывает известные трудности.

**2.4.** Исследование характеристик элементов конструкций, взаимодействующих с жидкой средой. Среди актуальных проблем, возникающих на стыке механики деформируемого твердого тела и гидромеханики, важнейшее значение имеет анализ параметров вибраций элементов конструкций, находящихся в жидкой среде. Использование в таких задачах методов экспериментального моделирования во многих случаях фактически безальтернативно, начиная с создания базы исходных данных для обоснования

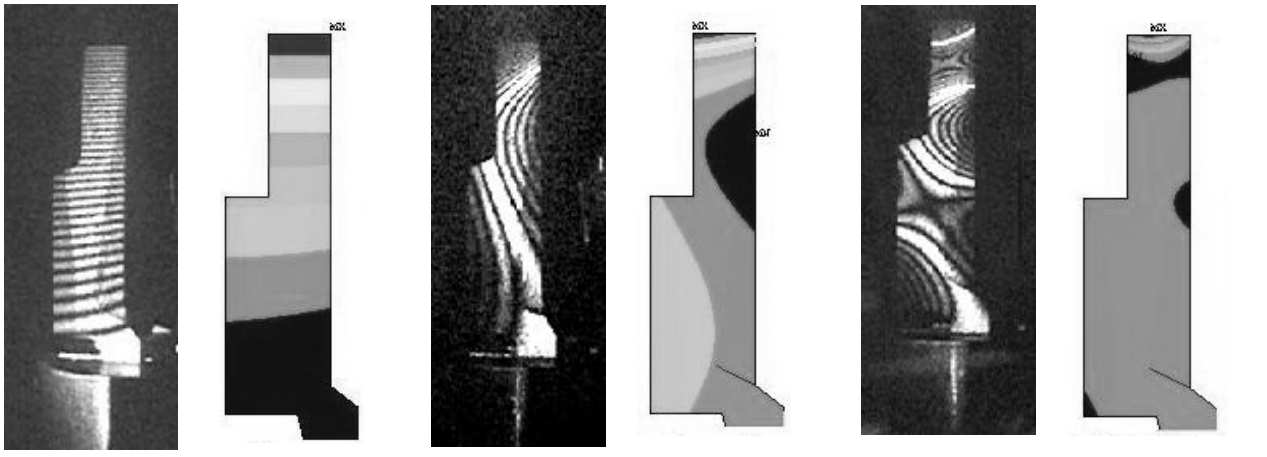



**Рис. 7.** Сопоставление экспериментальных и расчетных значений собственных частот ($f_{эксп}$ и $f_{расч}$, соответственно) и форм колебаний малогабаритного руля управления ЛА.

теоретических представлений и кончая накоплением практических результатов (тестовых примеров) для верификации расчетных алгоритмов и программ.

Голографический способ регистрации виброперемещений может быть также использован для определения такой характеристики как декремент колебаний, который зависящего как от внутреннего трения самого объекта, так и от диссипативных свойств окружающей среды. Основанием для такой возможности служит известный подход к оценке логарифмического декремента колебаний по относительной ширине резонансных пиков на амплитудно-частотной характеристике (АХЧ) [9]

$$\delta = \pi \frac{\Delta\omega_{0,707}}{\omega_p}, \qquad (16)$$

где $\delta$ - декремент затуханий; $\omega_p$ - значение резонансной частоты, $\Delta\omega_{0,707}$ - ширина резонансного пика на уровне $0{,}707 Z_p$ ($Z_p$ – максимальное значение амплитуды колебаний непосредственно в момент наблюдаемого резонанса) (рис. 8). С другой стороны этот подход требует регистрации поля амплитудных перемещений на всей изучаемой поверхности объекта или, по крайней мере, в окрестности данной точки, что и может быть реализовано с помощью метода усреднения по времени.

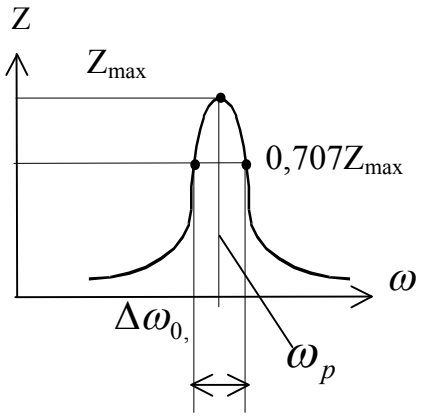
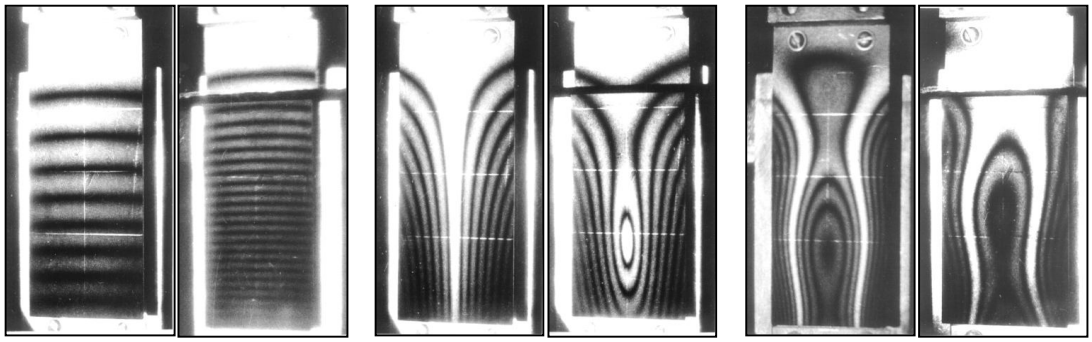



**Рис. 8.** Определение логарифмического декремента колебаний по параметрам АЧХ

В качестве регистрируемого в эксперименте отклика $Z(x,y,z)$ конструкции на вибронагружение могут рассматриваться как амплитудные перемещения, так и их пространственные производные. В частности, при изгибных колебаниях тонкостенных конструкций первые производные функции прогибов характеризуют распределения локальных поворотов элементов деформируемой поверхности, а вторые – их приобретаемую кривизну или приращение кривизны. В экспериментах по измерению виброхарактеристик объектов в жидкой среде [9] использовались специально изготовленные жесткие емкости со стеклянными смотровыми окнами толщиной 6 мм. При этом конструкция экспериментальной установки исключала нежелательное вибронагружение самих емкостей. Важным условием получения адекватной первичной информации является также пространственная однородность и стационарность оптических свойств жидкости. В качестве жидких сред использовались вода (плотность $\rho$ = = 1,0 г/см$^3$; коэффициент динамической вязкости $\eta$ = 1 сП), минеральное масло ПМС-100 ( $\rho$ $\approx$ 1 г/см$^3$; $\eta$ = 100 сП) и глицерин ( $\rho$ = 1,26 г/см$^3$; $\eta$ = 1500 сП). Сопоставление результатов исследований на воздухе и в указанных жидких средах оценить влияние плотности и вязкости окружающей среды на виброхарактеристики исследуемых объектов.

Для вибронагружения применяли устройство локального вибровоздействия на базе пьезокерамических преобразователей. Точка приложения нагрузки располагалась в области жесткого закрепления исследуемого объекта. В этом случае собственные колебания объекта вызываются волной деформации в материале при существенно малых амплитудах перемещений рабочего элемента вибровозбудителя. В качестве источника когерентного излучения использовали He-Ne лазер, генерирующий когерентное излучение с длиной волны $\lambda = 0{,}6328$*мкм* и мощностью 15 Мвт

На рис. 9 показаны некоторые типичные интерференционные картины - линии равных амплитудных перемещений, зарегистрированные методом усреднения по времени в условиях резонансных колебаний. Для обозначения форм колебаний пластины обычно используют числа ($k$ и $l$), соответствующие количеству горизонтальных ($k$) и вертикальных ($l$) узловых линий. Было установлено, что некоторые из собственных форм имели сходный вид при возбуждении колебаний пластины на воздухе и в жидкой среде: например, чисто изгибные формы (1;0), (2;0), (3;0), изгибно-крутильная форма (3;1) и другие. Вместе с тем, некоторые из форм при колебаниях в жидкости приобретали специфические отличия. Типичным примером этого явления служит видоизменение крутильной (1;1) и изгибно-крутильной (2;1) форм колебаний.



а) б) в) г) д) е)

**Рис. 9.** Интерференционные картины, соответствующие колебаниям пластины по различным формам (1;0), (1;1) и (1;2):
на воздухе: а) $\omega = 172 Гц$ ; в) $\omega = 829 Гц$ Гц; д) $\omega = 6277 Гц$ ;
в воде: б) $\omega = 72 Гц$ ; г) $\omega = 482 Гц$ ; е) $\omega = 4029 Гц$ Гц.

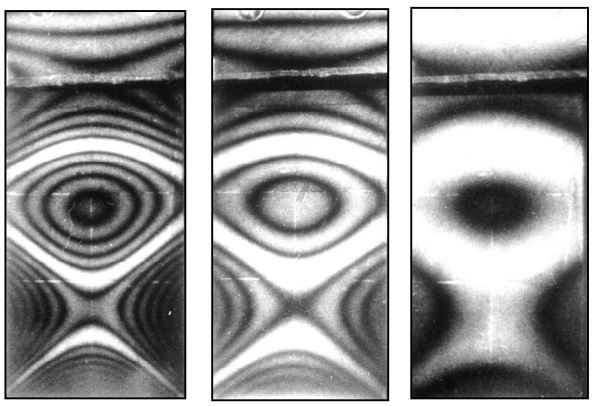
Для определения логарифмического декремента колебаний изолированной пластины, погруженной в воду, строили соответствующие АЧХ. В качестве параметров отклика рассматривали как амплитуду нормальных перемещений в центре пластины, так и локальные значения первой $(\partial w / \partial x)$ и второй $(\partial^2 w / \partial x^2)$ производных от функции прогибов $Z(x, y)$ по продольной оси образца. После регистрации методом реального времени резонансной частоты для найденной формы колебаний производили запись голограмм методом усреднения по времени для ряда близких частот возбуждения. На основе математической обработки интерферограмм определяли поле амплитуд колебаний для каждой частоты. Повороты и кривизна в заданной точке (при изгибных колебаниях тонкостенных конструкций) определяются дифференцированием интерполяционной функции по пространственным координатам. В итоге строится АЧХ, как зависимость принятого отклика $Z$ от частоты возбуждения.

Интерференционные картины, характеризующие амплитудные перемещения пластины в жидкости, полученные на различных частотах возбуждения вблизи резонансной частоты условной формы (4;0) приведены на рис. 10.

Полученный таким образом логарифмический декремент колебаний оказался равным $\approx 0{,}065$.

Апробированная и отлаженная при исследованиях колебаний пластин методика были использованы для исследования влияния жидких сред на виброхарактеристики трубного пучка (рис. 11), которые представлял собой полномасштабный натурный фрагмент тепловыделяющей сборки теплообменника энергетической установки [10].

Фрагмент ТВС состоял из 9 трубок диаметром $d = 10{,}5 мм$, толщиной стенки $h = 0{,}5 мм$ и относительным шагом расположения $S / d = 1{,}24$.



а) б) в)

**Рис. 10.** Интерферограммы амплитудных перемещений полученные на резонансной и околорезонансных частотах
а) 3817 Гц (резонанс); б) 3750 Гц;
в) 3710 Гц.

По результатам проведенных экспериментов были построены АЧХ колебаний объектов в воздушной среде и в жидкости в области резонансных частот для первой и второй изгибных форм (рис. 11), определены значения декрементов колебаний, а также получены зависимости коэффициентов приведения K (т.е. отношения частот резонансных колебаний в воздухе и в жидкой среде) от номера формы изгибных колебаний.

Полученные на основе проведенных экспериментов результаты, могут лечь в основу разработки математических моделей, обеспечивающих адекватное описание процесса взаимодействия трубных пучков с жидкими средами различной плотности и вязкости и позволяющих учитывать как реальные свойства жидкостей, так и особенностей конструкций исследуемых объектов.

**3. Цифровая голография.** Принципиально новые возможности открываются при использовании *цифровой голографии* [11]. В основе метода лежит регистрация голограмм с помощью цифровой видеокамеры, сопряженной с компьютером. Последующее их восстановление осуществляется математически: информация об амплитудных и фазовых распределениях в волне, отражавшейся исследуемым объектом, может быть выделена из регистрируемого числового массива (цифровой голограммы) с помощью пространственной фильтрации с использованием преобразования Фурье. После регистрации и оцифровки изображения проводится процедура расчета фазы объектной волны, а после регистрации двух или более голограмм возможно построение интерферограммы.

Наиболее распространенным методом расчета интерферограмм является подход, основанные на применении преобразования Фурье.

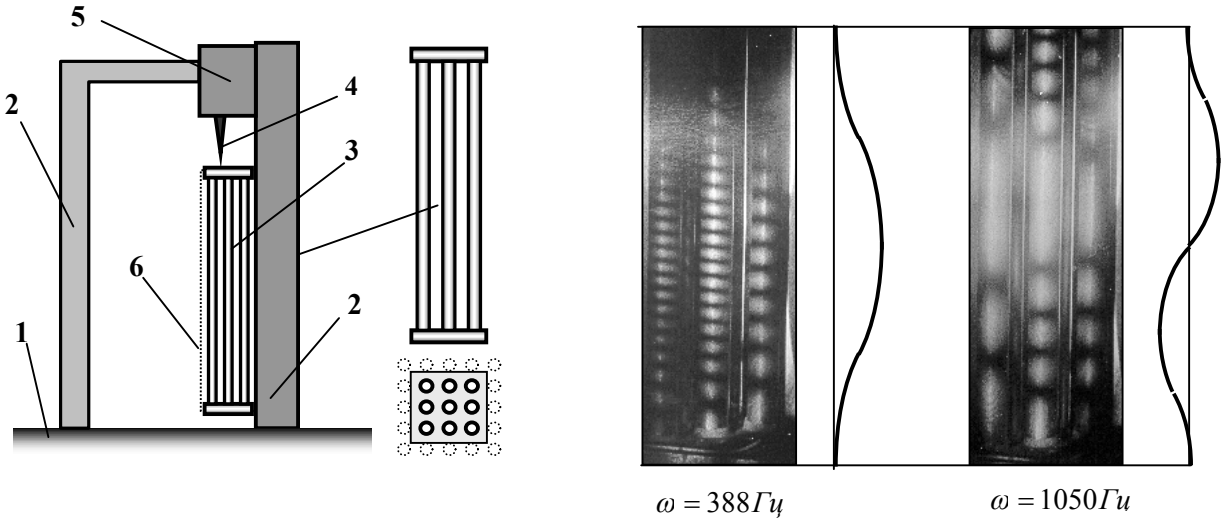



**Рис. 11.** Схема установки для исследования трубного пучка (а) и интерферограммы, полученные при исследованиях колебаний в ПМС-100 на 1-ой и 2-ой собственных частотах (б):
1 –плита интерферометра; 2 – основание вертикальное; 3 – фрагмент трубного пучка; 4 – рупор вибро-возбудителя; 5 – корпус вибровозбудителя; 6 – блок крепления трубок.

Зарегистрированная CCD-камерой освещённость определяется соотношением

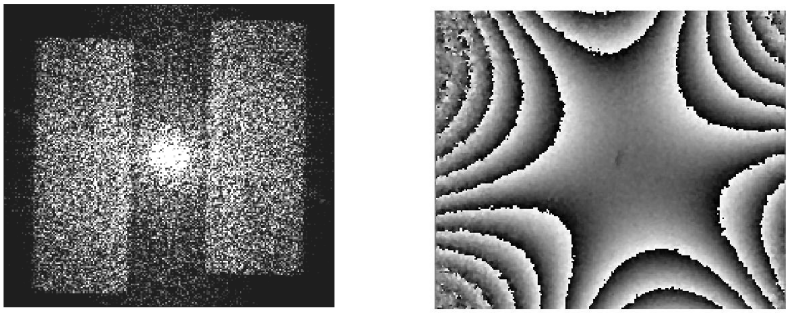
$$I(x,y) = \left|E_{01} + E_R\right|^2 = \{B(x,y)\exp[i\varphi(x,y)] + A\exp(i\gamma)\} \times \{B(x,y)\exp[-i\varphi(x,y)] + A\exp(-i\gamma)\}.$$

Применяя к этому выражению преобразование фурье, приходим к следующему выражению

$$\Phi(I) = \Phi\left|E_R\right|^2 + \Phi\left|E_{01}\right|^2 + E_R E_{01}\Phi\{\exp[-i(\gamma-\varphi)]\} + E_R E_{01}\Phi\{\exp[i(\gamma-\varphi)]\}. \qquad (16)$$

На рис. 12а можно видеть Фурье-преобразование интенсивности $I(x,y)$ с использованием прямоугольной диафрагмы. Центральная область соответствует составляющей интенсивности источника и поля объекта.

Фильтрация области объекта, содержащей данные о фазе, и осуществление обратного преобразования фурье $\Phi^{-1}\{E_R E_{01}\Phi\{\exp[i(\gamma-\varphi)]\}$, восстанавливает волну вида $AB\exp[i(\gamma-\varphi)]$.



а) б)

Рис. 12. К обработке интерференционных картин методом цифровой голографии: а) фурье-преобразование интенсивности, зарегистрирован-ных цифровой камерой; б) распределение интерференционных полос

Разность фаз между исходным состоянием объекта и каким-либо другим, например, в случае деформации $E_{02} = AB\exp\{i[\gamma-(\varphi+\Delta\varphi)]\}$ фаз можно рассчитать на основе выражения [12]

$$\mathrm{tg}(\Delta\varphi) = \mathrm{tg}(\varphi_{O2}-\varphi_{O1}) = \frac{\mathrm{Im}(\varphi_{01})\times\mathrm{Re}(\varphi_{02}) - \mathrm{Im}(\varphi_{02})\times\mathrm{Re}(\varphi_{01})}{\mathrm{Im}(\varphi_{01})\times\mathrm{Im}(\varphi_{02}) + \mathrm{Re}(\varphi_{01})\times\mathrm{Re}(\varphi_{02})}. \quad (17)$$

Применение высокоскоростных камер делает этот метод эффективным инструментом для исследования быстропротекающих процессов и, в частности, колебаний тел. В качестве примера на рис. 12б показана полученная таким образом интерферограмма, характеризующая поле амплитудных смещений для собственных форм колебаний пластины [13].

В заключение заметим, что использование цифровых технологий представляет собой естественное развитие и более удобную реализацию известных и описанных выше когерентно-оптических методов, - они открывают возможности полной автоматизации процесса измерений от момента регистрации до построения поля перемещений. При этом этап регистрации голографических изображений для разных состояний объекта может быть разнесен во времени, что позволяет комбинированно или раздельно проводить анализ оптического сигнала.

**4. Метод электронной цифровой спекл-интерферометрии** базируется на так называемом спекл-эффекте – стохастической неоднородности пространственного распределения интенсивности $I$ волны когерентного излучения (лазерного), диффузно отраженного (рассеянного) шероховатой поверхностью твердого тела [3,14,15 др.]. На уровне микроструктуры формируемое изображение будет состоять из хаотически расположенных пятен – «спеклов» – с характерным минимальным размером порядка нескольких микрометров (рис. 13). При смещениях тела описанная спекл-структура трансформируется.

В одном из активно используемых вариантов ЭЦСИ первичная экспериментальная информация регистрируется в виде интерференционных полос как изолиний компонент вектора перемещений. Процедура получения этих картин полос схематически поясняется на рис. 14. Первоначально в плоскости изображений одновременно создаются два независимых спекл-поля, при этом, по крайней мере одно из них формируется световой волной, диффузно отраженной от исследуемого тела. Эти два спекл-поля суммируются в интерференционном смысле с образованием новой, результирующей случайной спекл-структуры. Полученное таким образом распределение записывается в ячейки пзс-матрицы (оптического приёмника цифровой видеокамеры), сигнал от которой поступает в компьютер, оцифровывается и сохраняется в его памяти в виде числового файла.

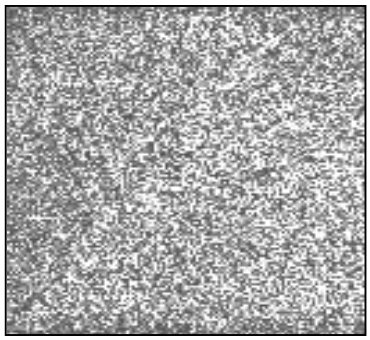


**Рис. 13**. Типичное спекл-поле

Интенсивность некоторого *i*-го спекла в этой картине определяется соотношением

$$J = I_{1i} + I_{2i} + 2\sqrt{I_{1i}I_{2i}}\cos\Psi_1, \qquad (18)$$

где $I_{1i}$ и $I_{2i}$ – локальные значения интенсивностей в исходных спекл-структурах (то есть, интенсивности интерферирующих спеклов), $\Psi_i$ – локальное значение разности фаз. При варьировании индекса $i$ выражение (18) описывает случайную функцию, определенную на всем множестве спеклов. При этом считается, что случайные величины $I_{ki}$ и $\Psi_i$ независимы. При малых перемещениях влияние на трансформацию результирующей спекл-структуры будут оказывать лишь относительные фазовые приращения $\Delta\phi_i$, при этом новая регистрируемая картина будет описываться случайной функцией интенсивности

$$J = I_{1i} + I_{2i} + 2\sqrt{I_{1i}I_{2i}}\cos(\Psi_1 + \Delta\phi_i). \qquad (19)$$

Коэффициент корреляции функций, описывающих исходную и изменяющуюся спекл-структуры, определяется выражением

$$\rho(\Delta\phi) = \frac{\langle JJ^* \rangle - \langle J \rangle \langle J^* \rangle}{\sqrt{(\langle J^2 \rangle - \langle J \rangle^2)(\langle J^{*2} \rangle - \langle J^* \rangle^2)}}. \qquad (20)$$

(индексы *i*, характеризующие отдельные спеклы, опущены.)

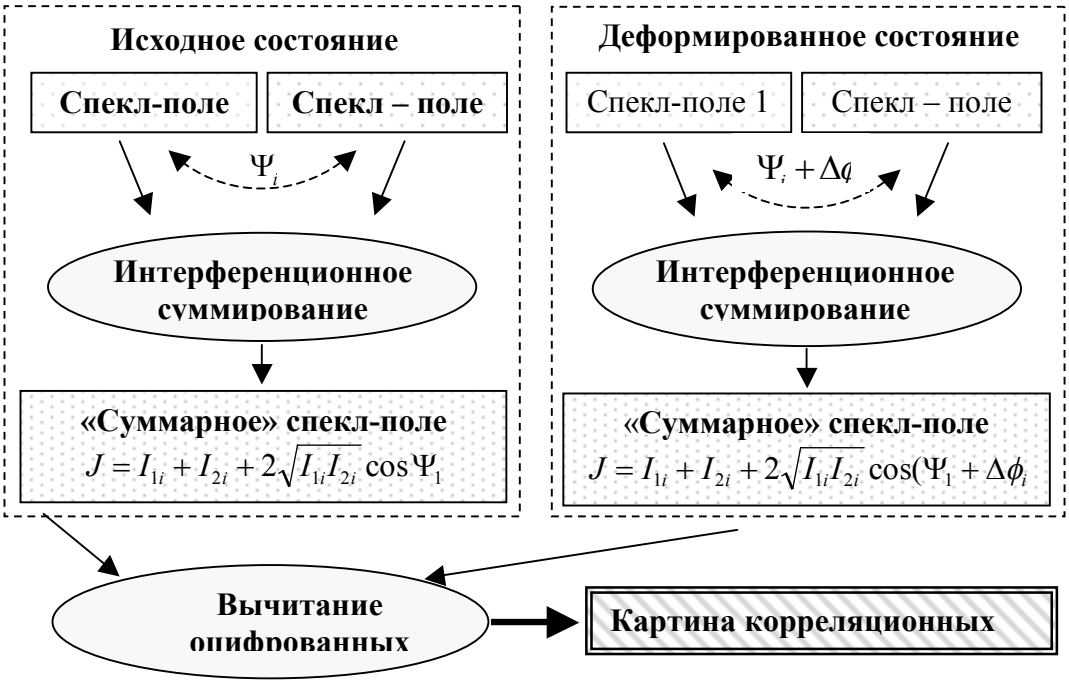



**Рис. 14.** Схема получения картин полос в ЭЦСИ

Дальнейший анализ показывает, что при компьютерном воспроизведении *разностных* цифровых изображений, соответствующих двум произвольным состояниям объекта, выражаемым соотношениями (18) и (19), на участках, где коэффициент корреляции $\rho = \rho_{\max} = 1$, выполняется соотношение $\Delta\phi \cong 2n\pi (n = 1,2,3...))$. При этом наблюдается практически полное взаимное вычитание («гашение») цифровых изображений. Это приводит к появлению на изображении поверхности объекта светлых полос, а значения $n$ приобретают смысл порядков этих полос. Множества спеклов с максимальной корреляцией образуют тёмные полосы (при $\Delta\phi \cong (2n+1)\pi$). Таким образом, наблюдаемое изображение оказывается покрытым системой так называемых корреляционных полос, несущих информацию о распределениях приращений фаз $\Delta\phi$. Современные компьютерные технологии обеспечивают вывод на монитор разностных изображений («текущее» – «исходное») с частотой в сотни кадров в секунду, что позволяет отслеживать процесс деформирования методом ЭЦСИ практически в режиме реального времени [16].

В зависимости от оптический схемы спекл-интерферометра полученные распределения приращений фаз связаны с вектором перемещений $\bar{a}(u,v,w)$ следующим соотношением

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda}(\bar{e}_1 - \bar{e}_s)\bar{a}, \qquad (21)$$

где $\bar{e}_s$ - единичный вектор направления освещения произвольной точки поверхности; $\bar{e}_1$ - единичный вектор направления наблюдения, $\lambda$ - длина волны лазерного источника освещения.

При измерениях нормальных перемещений $w$ это соотношение приобретает вид $w = \lambda n/2$ для светлых полос корреляции и $w = \lambda(2n+1)/4$ для тёмных полос корреляции.

Метод ЭЦСИ сочетает в себе преимущества когерентно-оптических методов (бесконтактность, высокую чувствительность, отсутствие необходимости проведения предварительной подготовки поверхности) с оперативностью обработки соответствующего цифрового сигнала. Информация о состояниях поверхности объекта регистрируется

цифровой видеокамерой, поступает в компьютер, оцифровывается и хранится в виде числовых файлов. Одновременное использование трех специальных оптических схем спекл-интерферометров позволяет независимо регистрировать все три компоненты вектора перемещений. Цифровая форма получения информации упрощает процедуру определения деформаций на основе соответствующей математической обработки.

*Задачи нелинейной динамики*. Как и классическая голография, ЭЦСИ может быть реализована в варианте усреднения по времени для исследования виброповедения тел. В качестве примера на рис. 15 демонстрируется ряд спекл-интерферограмм вибрации аэродинамической модели законцовки крыла самолёта на частотах вблизи одного из резонансов. Здесь же показан полученный по данной информации участок амплитудно-частотной характеристики (АЧХ), используемый в дальнейшем для расчета декремента колебаний.

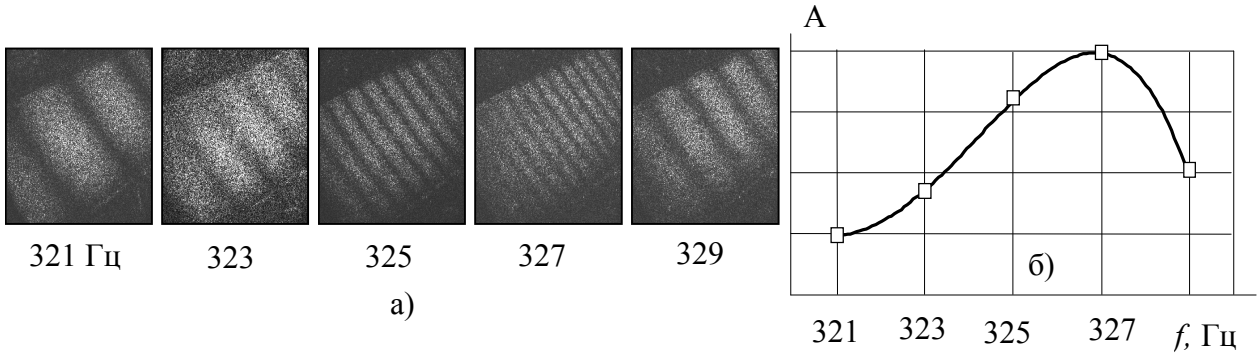



**Рис. 15.** К исследованию логарифмического декремента колебаний аэродинамической модели законцовки крыла самолёта:
а) спеклограммы амплитудных смещений; б) АЧХ

**5. Метод цифровой обработки изображений** (digital image correlation). Рассматриваемый метод «идейно» связан с методом спекл-фотографии, однако в этом случае для получения спекл-структуры используется не лазерное облучение диффузно отражающей поверхности исследуемого объекта, а система случайных пятен, наносимых краскораспылителем.

Методика обработки спекл картины, записанной в память компьютера, впервые предложена М. Саттоном (см. [17,18]). В соответствии с этим подходом определение локальных перемещений заключается в нахождении подобия между двумя массивами данных распределений спекл-полей, зарегистрированных цифровым детектором для различных состояний объекта (до и после перемещения). Математическая процедура сводится к вычислению кросс-корреляции данных в пределах пространственных размеров зарегистрированного изображения. При наличии сдвига спекла, обусловленного смещением точек объекта, максимум функции кросс-корреляции также сместится на величину, обусловленную этим перемещением.

В общем виде алгоритм вычисления корреляционной функции при использовании численной процедуры определяется следующими выражениями

$$P(d_x, d_y) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} I_1(x,y)^* I_2(x+d_x, y+d_y)\,dxdy$$
$$\overline{P}(d_x, d_y) = \Phi^{-1}\{\Phi[I_1(x,y)]^* \Phi[I_2(x+d_x, y+d_y)]\} \qquad (22)$$

где $I_1(x,y)$ и $I_2(x+d_x, y+d_y)$ - зарегистрированные интенсивности оптического сигнала для двух состояний исследуемого объекта; $d_x$ и $d_y$ - смещения в направлениях $x$ и $y$,

$\overline{P}(d_x, d_y)$ - корреляция с использованием преобразования Фурье, где $\Phi(\ldots)$ и $\Phi^{-1}(\ldots)$ – прямое и обратное преобразования. Оба выражения в (22) эквивалентны друг другу, однако второе выражение более удобно при применении численных методов, так как выполняется на основе быстрого преобразования Фурье, что существенно снижает общее количество вычислений.

На рис. 16 представлен алгоритм нахождения корреляционной функции для двух суб-изображений, выделенных из спекл-картин, соответствующих двум различным состояниям объекта. Сканирование всего массива данных позволяет рассчитать перемещения всех точек поверхности объекта.

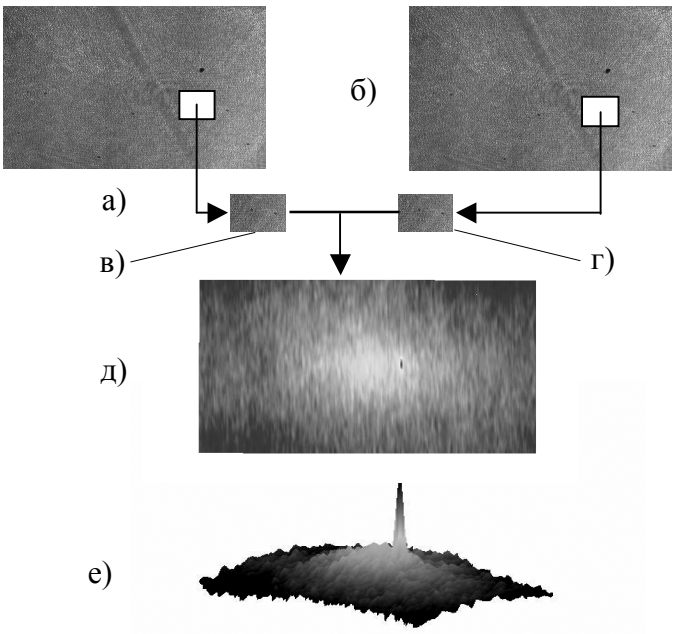



**Рис. 16.** К цифровой обработке спекл-картин:
а,б) спекл-картины, для 2-х состояний объекта;
в,г) зоны цифровой обработки;
д) результаты вычисления корреляционной функции;
е) после цифровой обработки

Метод, как правило, применяется для измерения перемещений в плоскости объекта, поскольку корреляционные свойства спеклов чувствительны к перемещениям в плоскости и значительно менее чувствительны к перемещениям в направлении наблюдения. Это обусловлено тем, что коррелировать спеклы могут только сами с собой, и при смещении в плоскости область перекрытия спекла заметно уменьшается, но почти не меняется в перпендикулярном направлении. При измерениях нормальных к поверхности объекта перемещений определенные преимущества перед методом корреляционной спекл-интерферометрии имеет метод цифровой голографии.

В качестве примера *применения метода для анализа нелинейного динамического процесса* ниже приведены результаты исследования распространения трещины в «пенистом» материале, широко используемом в настоящее время в различных областях техники в связи с лёгкостью, высокими термо- и звукоизоляционными свойствами, способностью поглощать энергию и т.д. [19]. Рассматривался процесс динамического разрушения плоского образца с краевой трещиной при трёхточечном изгибе (рис. 17). Для регистрации спекл картин в зоне трещины применялась камера Cordin 550, в которой используется комбинация ПЗС-датчиков для цифровой регистрации изображений в сочетании с высокоскоростным вращающимся зеркалом. Установка содержит 32 независимых датчиков, радиально расположенных вокруг зеркала. Это позволяет регистрировать изображения со скоростью до 2 млн. кадров в секунду. При этом программа ввода и обработки экспериментальной информации обеспечивает возможность регистрации, хранения в памяти и последующей математической обработки всей экспериментальной информации с целью определения перемещений и деформаций исследуемой области объекта в заданные моменты времени.

*Исследуемый образец.* Образцы с краевыми трещинами для испытаний на динамическое разрушения при комбинированном нагружении были изготовлены из эпоксидных смол холодного отверждения (матрица) с равномерно распределёнными по объёму микросферическими стеклянными сферами (средний диаметр сфер – 60 мкм, толщина стенки ~ 600 нм). Объём микросфер составлял 25% от общего объёма материала. Модуль упругости и коэффициент Пуассона имели величины 3,0 ГПа и 0,34 соответственно.

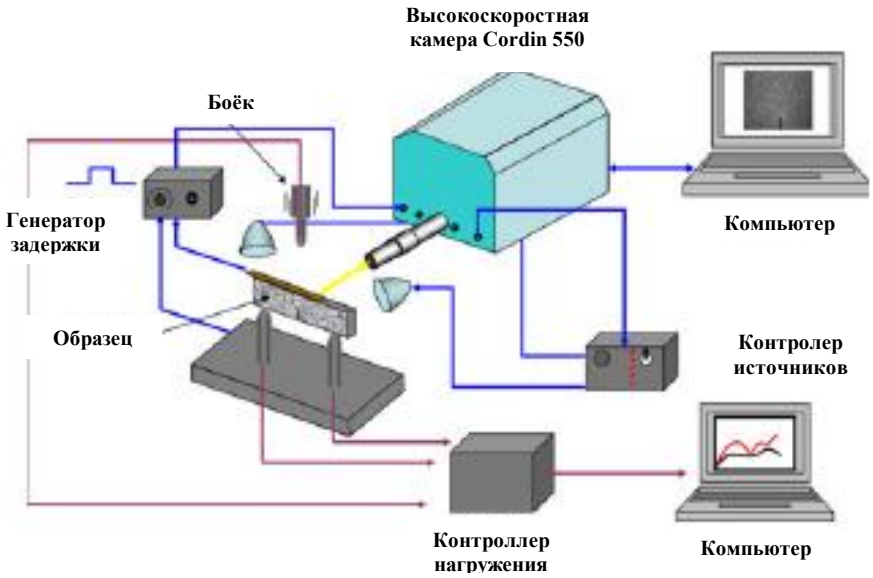



**Рис. 17.** Схема проведения эксперимента

Из материала вырезались образцы для испытаний, размеры образцов указаны на рис. 18а. Для создания трещины начальной длины a = 10 мм в недополимеризованный материал образца вставлялось лезвие бритвы, которое впоследствии удалялось. Перед проведением эксперимента на поверхность образцов при помощи краскораспылителя наносилась случайным образом распределённая система пятен (спекл-структура).

При проведении эксперимента на видеокамеру регистрировались спекл-картины в области 31×31 мм (рис. 18а); скорость регистрации составляла 200 000 кадров в секунду; при этом в каждый момент времени записывались 32 фотографии «ячеек» исследуемой зоны образца. В момент контакта бойка с поверхностью образца (максимальная скорость движения 4,0 м/сек) автоматически включалась видеокамера. В дальнейшем моменты включения вспышек освещающих ламп управлялись контроллером источников освещения (рис. 17).

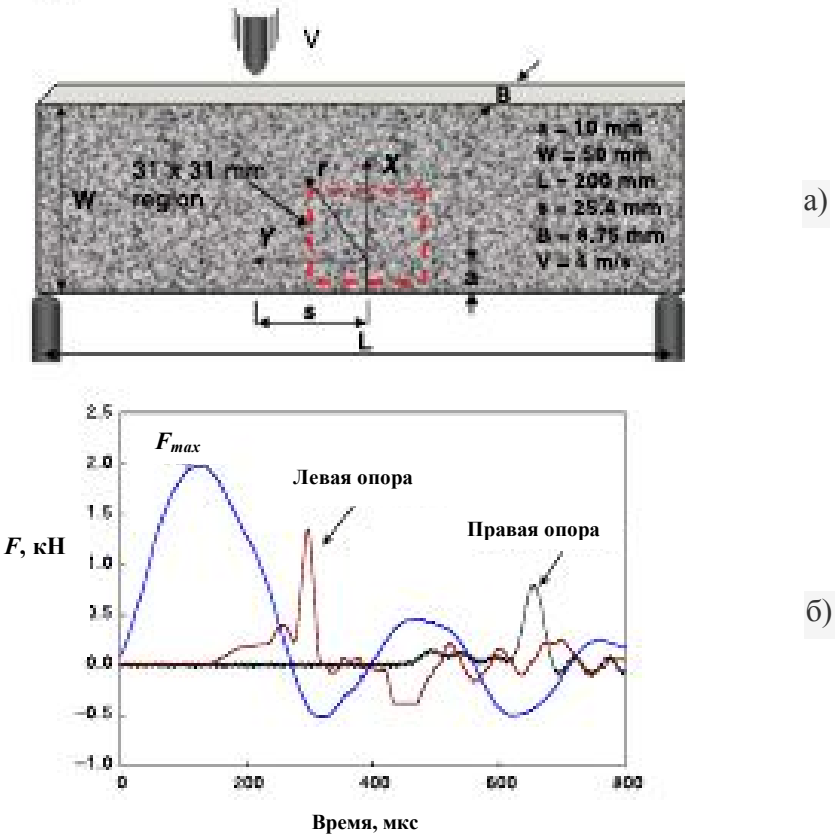



**Рис. 18.** Схема испытаний образца (а) и зарегистрированные зависимости ударной нагрузки и реакции от времени (б)

Примеры спекл-картин и полученные на основе их математической обработки картины распределения перемещений в зонах вершины трещины, соответствующие моментам времени $t$ = 150 мкс (трещина неподвижна) и $t$ = 220 мкс (трещина динамически распрстраняется).представлены на рис. 19а,б. Заметим, что трещина моментом страгивания трещины является $t$ = 175 мкс

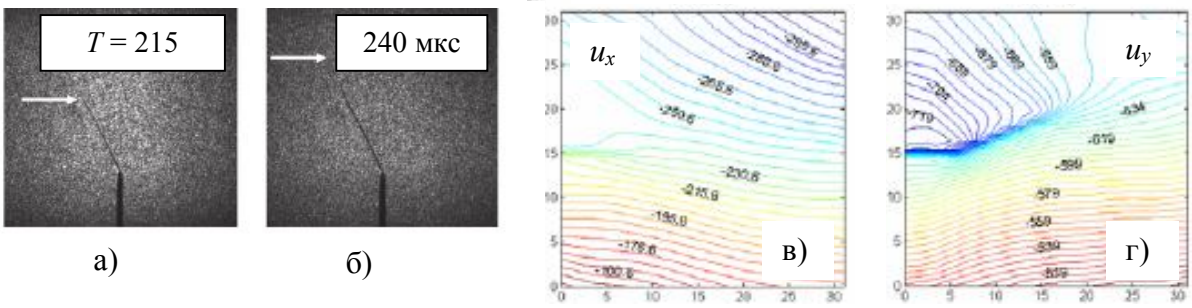



**Рис. 19.** Спекл-картины и результаты их обработки:
а,б) спекл-картины в зоне 31х 31 мм, зарегистрированных в различные моменты времени $t$ (стрелками указаны положения вершины);
в,г) картины перемещений $u_x$ и $u_y$ в зонах трещин, полученные на основе обработки спеклограмм в движущейся трещине при $t$ = *220* мкс.

По найденным полям перемещений были определены величины параметров механики разрушения – коэффициентов интенсивности напряжений (КИН). Для этого использовались известные асимптотические зависимости, описывающие поля перемещений в окрестности вершины движущейся трещины с учётом влияния инерционных членов [20], а также регулярных членов разложения функций перемещений. Для определения величин КИН нормального отрыва и поперечного сдвига ($K_I$ и $K_{II}$, соответственно) применялся МНК. При этом использовалось порядка 100-120-ти экспериментальных точек, расположенных в области $0{,}3 \le r/a \le 1{,}6$; $-135^0 \le \theta \le 135^0$ ($r$, $\theta$ - локальные полярные координаты, связанные с вершиной трещины).

Полученные результаты в виде зависимостей величин $K_I(t)$ и $K_{II}(t)$ при динамическом распространении трещины представлены на рис. 20. Здесь также показаны величины КИН для стационарной трещины, найденные путём расчётов МКЭ с учётом экспериментально зарегистрированных временных зависимостей величин $F = F(t)$ (рис. 18) и опорных реакций.

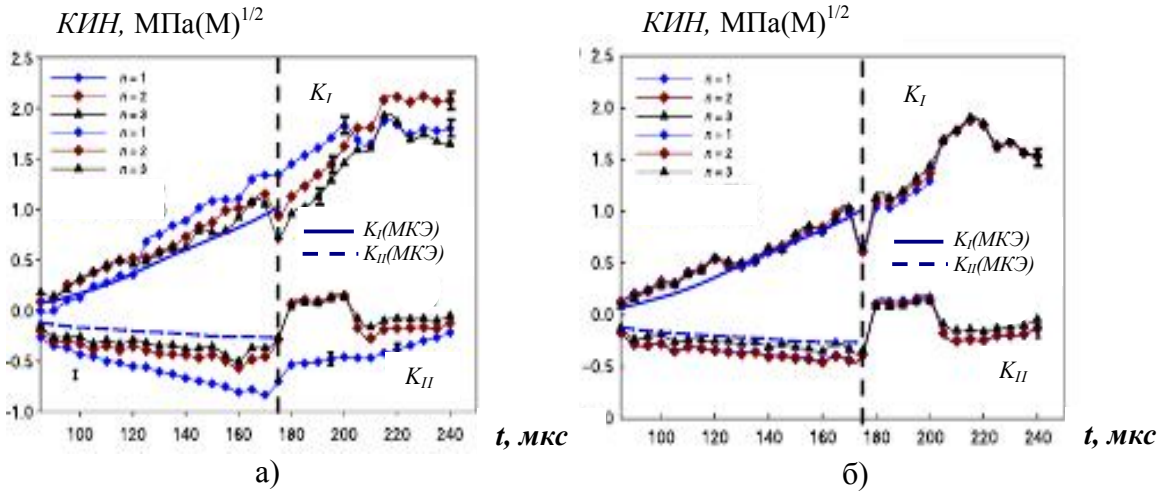



**Рис. 20.** Зависимости $K_I$ и $K_{II}$, найденные на основе обработки экспериментально полученных полей перемещений $u$ (а) и $v$ (б), а также расчётов МКЭ

Таким образом, оптико-интерференционные методы в совокупности с возможностями современной исследовательской аппаратуры и компьютерной обработки экспериментальной информации представляют собой эффективный инструмент для исследования динамических процессов как в лабораторных, так и в натурных условиях. Их применение для решения многих задач, благодаря практически неограниченному объёму получаемых экспериментальных данных, не имеет реальной альтернативы.

## Литература

1. Manogg P. Schattenoptische. Messung der spezifischen bruchenergie wahrend des bruchvorgangs bei Plexiglas. Proc. Conf. Phys. Non-crystalline Solids. Delpht. Netherland. 1964. p. 481-490.
2. Калтофф И. Теневой оптический метод каустик. В кн. Экспериментальная механика. В 2х т./ Под ред. А.Кобаяси. М.: Мир, 1990. Том 1. С. 492-563.
3. Gloud G.L. Optical methods in engineering analyses. Cambridge: univ. Press. 1998. 503 p.
4. Разумовский И.А. Интерференционно-оптические методы механики деформируемого твёрдого тела. Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана. 2007. 237 с.

5. Изучение упругих и вязкоупругих волн напряжений методами фотоупругости и голографической интерферометрии/Под ред. Хесина Г.Л. М.: Изд-во МИСИ им. В.В.Куйбышева. 1988. 250 с.
6. Островский Ю.И., Щепинов В.П., Яковлев В.В. Голографические интерференционные методы измерения деформаций. М: Наука. 1988. 248 с.
7. Джоунс Р., Уайкс К. Голографическая и спекл-интерферометрия. М.: Мир, 1986. 327 с.
8. Писаренко Г.С., Матвеев В.В., Яковлев А.П. Методы определения характеристик демпфирования колебаний упругих систем. Киев: Наукова думка, 1976. 88 с.
9. Odintsev I.N., Sizarev V.D., Razumovsky I.A., Apalkov A.A.. (2004). Holographic interferometry for the modal analysis of the structural elements in a liquid. Proc. of the 8th Int. Conf. on Flow Inductor Vibration (FIV 2004). Paris. 2004. V. 1. p. 301-306.
9. Schnars U., Jueptner W. Digital Holography. Springer, 2005. 165 p.
10. Pedrini G., Osten W., Gusev M.E. High-speed digital holographic interferometry for vibration measurement. Applied Optics. 2006. 45. N. 15. p. 3456-3462.
11. Алексеенко И.В., Гусев М.Е. Измерения перемещений в высокоскоростной многоэкспозиционной голографической интерферометрии. Материалы 5-ой международной конференции «ГОЛОЭКСПО-2008 - Голография в России и за рубежом. Наука и практика". Москва, 1-2 июля 2008. с. 109-111.
12. Франсон М. Оптика спеклов. М.: Мир. 1980. 171 с.
13. Digital speckle pattern interferometry and related techniques. /Ed. by P.K. Rastogi. John Wiley & Sons, 2001. 368 p.
14. Махутов Н.А., Одинцев И.Н., Разумовский И.А., Ручкин В.В., Чернятин А.С. Математическое и программное обеспечение метода ЭЦСИ для решения задач механики деформируемого твердого тела. Многопроцессорные вычислительные и управляющие системы. МВУС-2009 / Материалы межд. Научно-технической конф. Дивноморское, 28 сент.- 3 окт. 2009. Таганрог: изд. ТТИ ЮФУ. 2009. Т.1 . С. 202-208.
15. Chu T.S., Ranson W.F., Sutton M.A., Peters W.H. Application of digital image correlation technique to experimental mechanics. Exp. Mech. 1985. 25. № 3. p. 232-244.
16. Рэнсон У., Саттон М., Питерс У. Голографическая и спекл-интерферометрия. В кн. Экспериментальная механика. В 2х т./ Под ред. А.Кобаяси. М.: Мир, 1990. Том 1. С. 449-491.
17. M. S. Kirugulige and H. V. Tippur. Measurement of Fracture Parameters for a Mixed-Mode Crack Driven by Stress Waves using Image Correlation Technique and High-Speed Digital Photography. Strain. 2008. p. 108-122.
18. Nishioka, T. and Atluri, S. N. Path independent integrals, energy release rates, and general solutions of near-tip fields in mixed-mode dynamic fracture mechanics. Eng. 1983. Fracture Mech. 18. p. 1–22.

*Поступила: 02.07.12.*