УДК 656.621/.626

КОНЕЧНОЭЛЕМЕНТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИДРОДИНАМИКИ ЛЬДА

© Василий Алексеевич Лобанов
Волжская государственная академия водного транспорта,
Нижний Новгород, Россия
lobbas@kis.ru

Аннотация. *В работе для описания реологии воды принят вязкопластический материал с нулевыми компонентами девиатора напряжений. Обоснован выбор CAE-алгоритма контактного взаимодействия ледяных образований с водой вида «Лагранжево-Эйлерово связывание». Проведён сравнительный анализ результатов моделирования контакта льдин с учётом гидродинамики на базе выбранного алгоритма и по упрощённым схемам расчёта.*

Ключевые слова: *ледяной, гидродинамика, конечноэлементный, алгоритм, контакт, CAE системы.*

FINITE ELEMENT MODELING OF ICE BODIES HYDRODYNAMIC

© V.A.Lobanov
Volga State Academy of Water Transport, Nizhniy Novgorod, Russia

Abstract. *In article for description of water rheology the model of an viscoplastic material with zero components deviatoric stresses is accepted. The choice of CAE-algorithm of contact interaction of ice bodies with water of an aspect « Lagrangian - Euler coupling » is justified. The comparative analysis of results of simulation of contact of ice bodies is executed in view of hydrodynamics on the basis of selected algorithm and under the simplified schemes of calculation.*

Keywords: *ice, hydrodynamic, finiteelement, algorithm, contact, CAE systems*

1.Введение. Настоящей работой автор развивает серию публикаций о моделировании ледяного покрова и его взаимодействий с телами и средами в задачах с конечноэлементной постановкой [4].

Научно-техническая деятельность автора связана с оценкой ледовых качеств судов внутреннего плавания. Опыт участия в работе различных экспертных комиссий показал, что аналитические методики расчётов не во всех случаях дают адекватный отклик. Приходится прибегать к численному анализу рассматриваемых процессов (или их частей). При этом автор имеет ввиду использование современных CAE-систем. Хотя трудоёмкость подготовки модели и последующие затраты на вычисления не сопоставимы с аналитическими методами, это окупается более высокой точностью, наглядностью, многосторонностью результатов. Однако адекватность конечноэлементной модели зависит от ряда факторов: выбора моделей материалов и их физико-механических характеристик; задания алгоритмов контактного взаимодействия тел; степени дискретизации конструкций и сред конечноэлементной сеткой; типов конечных элементов; определения начальных и граничных условий.

Оценка гидродинамических нагрузок является составной частью многих задач. Поэтому подходы к их численному решению активно совершенствуются на протяжении многих лет. К настоящему времени они успешно реализованы и апробированы в ряде CAE-систем [5,8]. К сожалению, эти пакеты в основном ориентированы на гидро и газодинамику, как правило, не имеют интерфейса с другими системами и ограничены в возможностях параллельных вычислений (SMP, MPP). По этим причинам автор в своей работе предпочитает использование CAE-пакетов, претендующих на универсальность [2,9].

При движении судна во льдах доминирующая нагрузка на его корпусе определяется непосредственным контактом с ледяным покровом, а также взаимодействием льдин между собой. Скорость взаимодействия ледяных образований в подавляющем большинстве случаев достаточно низкая (~ 1,5 м/с). Аналитический учёт гидродинамических усилий, испытываемых льдом при этом, показывает, что они колеблются в пределах нескольких процентов от суммарных нагрузок. Вопросы ставятся следующим образом: насколько значимо при таких скоростях вода демпфирует ледовые нагрузки? Допустим ли приближённый учёт гидродинамической составляющей (а, возможно, и пренебрежение ею)? Ответы на них имеют весьма важное значение для CAE-симуляции, так как ввод дополнительной среды в погоне за повышением достоверности моделирования в несколько раз повышает ресурсоёмкость задач и, как минимум, на порядок увеличивает время расчёта.

Для ответов на поставленные вопросы в настоящей работе обоснован выбор CAE-алгоритма контактного взаимодействия льда с водой. Проведён сравнительный анализ результатов моделирования контакта ледяных образований с учётом гидродинамики на базе выбранного алгоритма и по упрощённым схемам расчёта.

2.Моделирование воды и контакта лёд – вода. В зависимости от класса решаемых задач в CAE-системах используются различные материалы для моделирования жидкостей: упругий, упругопластический. В ряде пакетов разработаны особые материалы. Автор для описания воды со свободной поверхностью использовал специальный NULL-материал. Характер его поведения под нагрузкой аналогичен реакции вязкопластического материала с нулевыми компонентами девиатора напряжений [9]. Универсальность этого материала требует обязательного задания уравнения его состояния. CAE-программы допускают применение уравнений состояния в различных видах. Литературные [11] и авторские источники позволили сформулировать его в форме Грюнайзена (Gruneisen):

$$p = \frac{\rho_0 c^2 \mu \left[1 + \left(1 - \frac{\gamma_0}{2}\right)\mu - \frac{\alpha}{2}\mu^2\right]}{\left[1 - (S_1 - 1)\mu - S_2 \frac{\mu^2}{\mu + 1} - S_3 \frac{\mu^3}{(\mu + 1)^2}\right]} + (\gamma_0 + \alpha\mu)E \qquad (1),$$

где p – давление в воде, Па;

c – скорость звука в воде, м/с ($c = 1484{,}0$);

$$\mu = \frac{\rho}{\rho_0} - 1 = \frac{V_0}{V} - 1 \qquad (2),$$

ρ – текущая плотность воды, кг/м^3;

ρ_0 – начальная плотность воды, кг/м^3 ($\rho_0 = 1000{,}0$;табл. 1);

V – текущий объём воды, м^3;

V_0 – начальный объём воды, м^3;

γ_0 – постоянная Грюнайзена ($\gamma_0 = 0{,}11$);

α, S_1, S_2, S_3 – эмпирические коэффициенты ($\alpha = 3{,}0; S_1 = 1{,}979; S_2 = S_3 = 0$);

$$E = E_0 \rho \qquad (3),$$

E_0 – начальная удельная внутренняя энергия воды, Дж/кг ($E_0 = 3{,}072 \cdot 10^5$).

Расчётные физико-механические константы воды и льда приведены в табл. 1.

Таблица 1

Расчётные характеристики материалов

Параметр	Материал	
	Лёд	Вода
Модель	Упругопластический материал с изотропным упрочнением, критерием текучести Мизеса и критериями разрушения	Вязкопластический материал с нулевыми компонентами девиатора напряжений
Плотность, кг/м^3	910,0	1000,0
Модуль Юнга, Па	$5{,}00 \cdot 10^9$	$2{,}5 \cdot 10^9$
Модуль сдвига, Па	$1{,}87 \cdot 10^9$	
Модуль объёмного сжатия, Па	$5{,}20 \cdot 10^9$	
Коэффициент Пуассона	0,34	0,50
Предел текучести, Па	$2{,}50 \cdot 10^6$	
Модуль упрочнения, Па	$0{,}65 \cdot 10^9$	
Предел прочности на растяжение, Па	$1{,}20 \cdot 10^6$	
Деформация разрушения	0,012	
Динамическая вязкость, Па • с		0,001
Кинематическая вязкость, м^2/с		$1{,}0 \cdot 10^{-6}$

В современных CAE-системах моделирование гидродинамики допустимо в различных формулировках жидкости. Можно использовать Эйлерову, Лагранжеву сетку конечных элементов или бессеточный способ, известный в литературе как метод сглаженных частиц (гидродинамика сглаженных частиц – smoothed particles hydrodynamic, SPH-метод) [10].

В случае Эйлеровой формулировки жидкость моделируется неподвижной конечноэлементной сеткой. При этом для описания взаимодействия Лагранжева тела (льдины) и Эйлеровой воды применяется специальный алгоритм контактного взаимодействия – ЛАГРАНЖЕВО-ЭЙЛЕРОВО СВЯЗЫВАНИЕ (Lagrangian-Eulerian coupling). Автор использовал одну из его разновидностей, реализованную в виде метода штрафа. Данный метод основан на определении относительного перемещения между жидкостью и телом внутри её. По его величине в систему жидкость-тело добавляются силы, пропорциональные этому перемещению и воздействующие на структурные единицы модели. В результате движение тела и жидкости становится согласованным.

Лагранжева вода характеризуется деформируемой сеткой конечных элементов. Сильное искажение сетки замедляет скорость вычислений вплоть до неприемлемых пределов. Кроме того это может привести к появлению нефизических эффектов в процессе расчёта. Поэтому применение такого подхода ограничено кругом задач с относительно небольшим формоизменением среды (например, начальные стадии удара тела о воду). В этом случае могут быть использованы различные алгоритмы контактного взаимодействия [9]. Автор в настоящем анализе применил несимметричный алгоритм типа УЗЛЫ-ПОВЕРХНОСТЬ (узлы конечноэлементной сетки воды – подчинённые, внешние сегменты сетки льдины – главные).

При использовании SPH-метода среда представляется совокупностью узлов (частиц), не связанных конечноэлементной сеткой. Частицы имеют различные свойства (координаты, массу, плотность, скорость, температуру и пр.) и взаимодействуют между собой. Закон

взаимодействия (сглаживающее ядро) назначается пользователем априорно. Для воды в качестве такого закона используется распределение Гаусса или кубический сплайн [1]. Вид контакта жидкости и тела аналогичен Лагранжевой формулировке.

Адекватность результатов моделирования по всем видам формулировок очень чувствительна к величине используемой вязкости среды. При этом необходимо учитывать, что расчётная вязкость не является строгим аналогом вязкости воды (динамической или кинематической). Величина и способ задания расчётной вязкости определяется видом формулировки. Так для Эйлеровой воды этот параметр стремится к табличной величине кинематической вязкости воды. Применение аналогичного значения для Лагранжевой воды может привести к нереальным явлениям в процессе расчётов. В этом случае вязкость приходится увеличивать на порядок и более. Кроме этого в Эйлеровой и Лагранжевой формулировках эта характеристика вводится с помощью специального параметра, явно не связанного с заданными физико-механическими константами воды (табл. 1). Этот параметр предназначен для контроля безэнергетических форм деформации элементов – HOURGLASS ENERGY [9]. SPH-формулировка требует ввода через эмпирические коэффициенты дополнительной искусственной объёмной вязкости – BULK VISCOSITY [9].

При моделировании эксперимента автором были использованы все упомянутые выше формулировки воды. Суть эксперимента заключалась в фиксировании траектории вертикального движения льдины при её падении с определённой начальной скоростью в аквариум с водой. Аквариум представлял прямоугольный параллелепипед с размерами столба воды 0,2 х 0,2 х 0,1 м. В качестве аналога льдины в этом эксперименте был использован брусок полиэтилена высокого давления (0,10 х 0,05 х 0,02 м). Данный материал традиционно используется для имитации льда [7]. Учитывая, что контакт полиэтилена и стенок сосуда отсутствовал, можно пренебречь прочими ошибками, сопутствовавшими такой замене.

В Лагранжевой и Эйлеровой формулировках вода и льдина моделировались восьмиузловыми элементами объёмного типа с одноточечной схемой интегрирования по объёму. Размер ребра элемента воды – 0,005 м, льдины – 0,01 м. Общее количество элементов модели составило 32100 ед. (рис. 1). При использовании SPH-метода начальное расстояние между соседними узлами-элементами модели составило 0,005 м. Льдина была представлена аналогично предыдущим формулировкам. Общее количество элементов немногим превысило 35400 ед. (рис. 2).

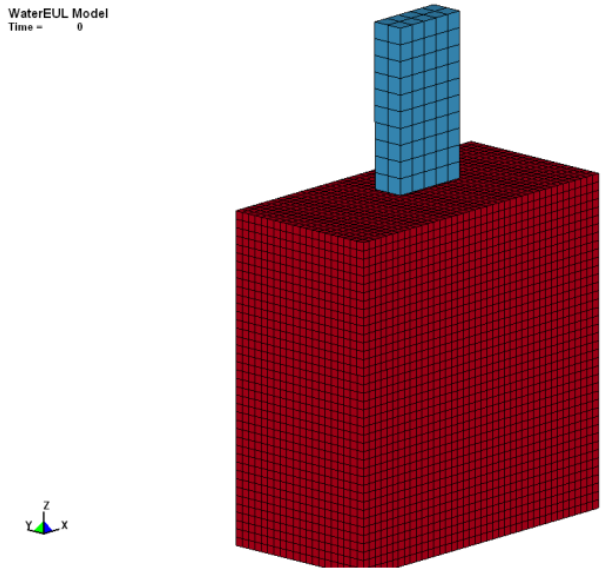


Рис. 1. Модель в Лагранжевой и Эйлеровой формулировках воды

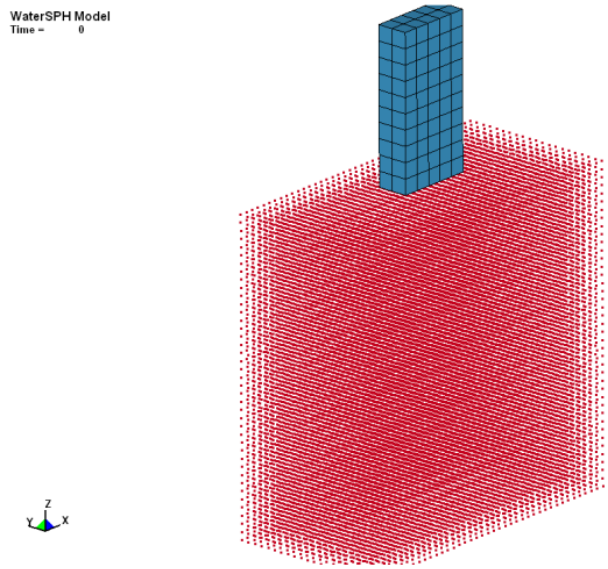


Рис. 2. Модель в SPH-формулировке воды

Сравнение результатов эксперимента и расчётов показано на рис. 3.

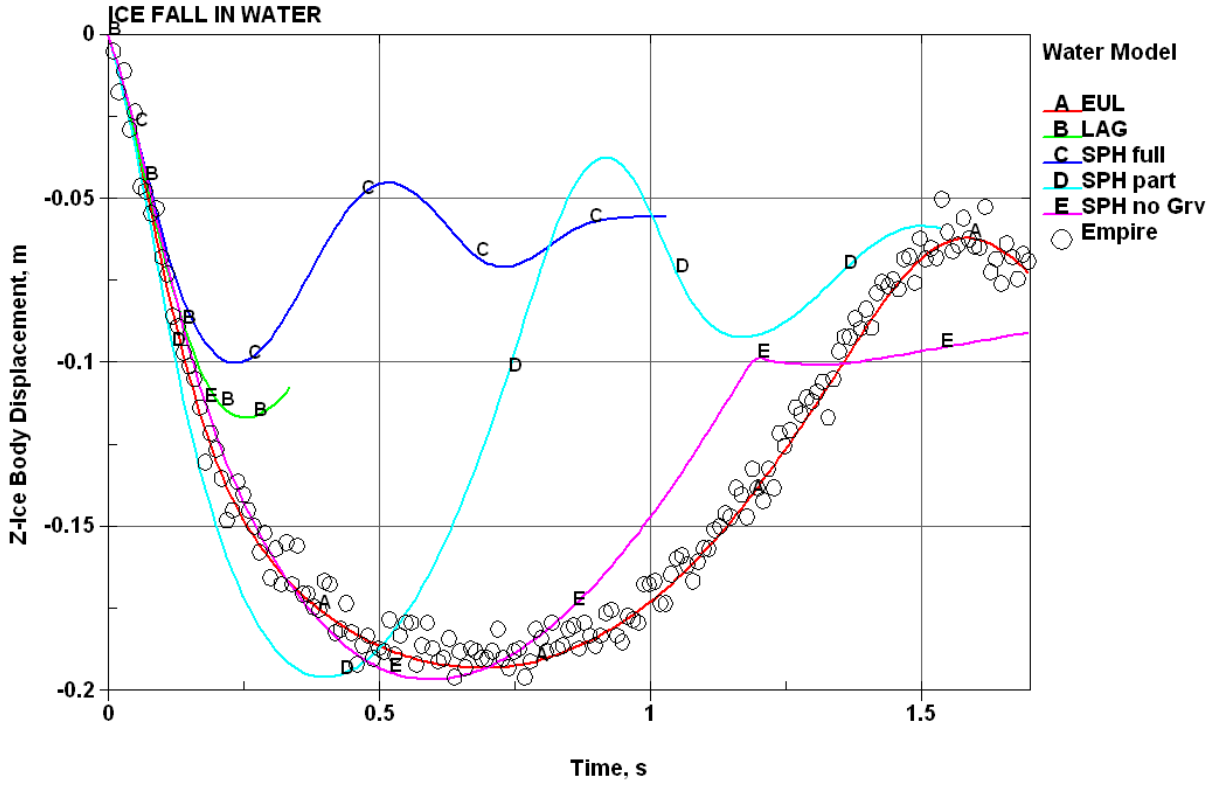


Рис. 3. Сравнение эмпирических и расчётных данных для вертикального движения льдины

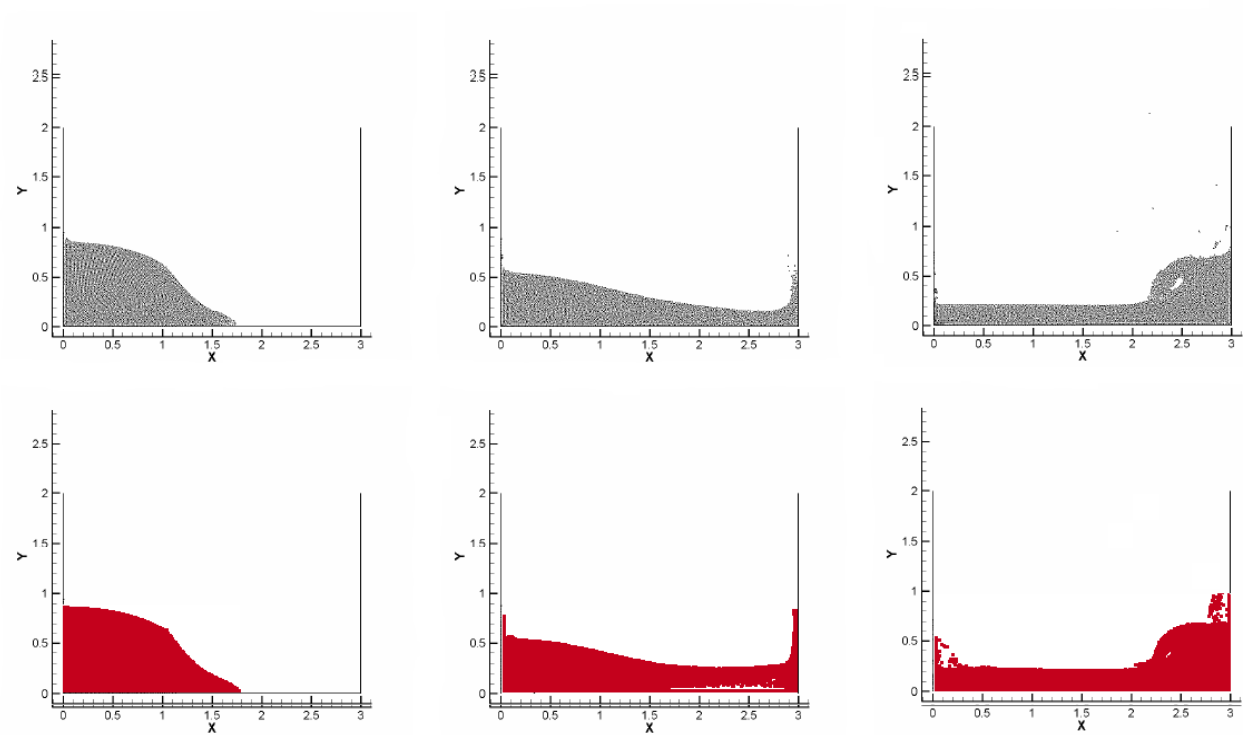
Анализ результатов моделирования с очевидностью отдаёт предпочтение Эйлеровой формулировке воды. Замеры вертикальной координаты движения льдины до момента первого максимального всплытия с высокой корреляцией описываются модельной зависимостью (кривая А на рис. 3).

В Лагранжевой постановке движение льдины до желаемой точки не было просчитано (кривая В на рис. 3). Уменьшение временного шага интегрирования ниже разумного предела для вычислительной техники автора сделало дальнейшие расчёты невозможными. Тем не менее, полученные данные позволяют судить о приемлемости этой модели только в начальной стадии падения льдины (примерно до момента времени 0,2 с). С момента времени 0,25 с при смещении льдины на 0,115 м от исходного положения начинается её всплытие, что далеко от реальности.

Ещё более худший результат демонстрирует SPH-модель воды (кривая С на рис. 3). При этом глубина наибольшего погружения льдины примерно вдвое меньше эмпирической, а время до момента первого максимального всплытия – втрое. Применимость модельной кривой распространяется до момента времени около 0,1 с. Анализ расчётных гидродинамических нагрузок на льдину в SPH-формулировке воды показал наличие в среде дополнительной выталкивающей силы. Попытки автора скомпенсировать эту силу уменьшением массы частиц (кривая D на рис. 3) или неучётом гравитации воды (кривая E на рис. 3) несколько улучшили модель, но достоверность результатов не была достигнута. Однако более детальное рассмотрение данной модели показало её адекватность в описании поведения свободной поверхности жидкости и в значениях сил на стенках сосуда. Для сравнения автор провёл дополнительное моделирование обрушения столба воды. Результаты решения данной задачи по аналогичному методу опубликованы в [3]. Сходимость их с

авторским моделированием удовлетворительна (рис. 4). Сказанное подтверждает наличие какого-то противоречия в CAE-системе в отношении SPH-формулировки жидкости, что требует её дальнейшего изучения.

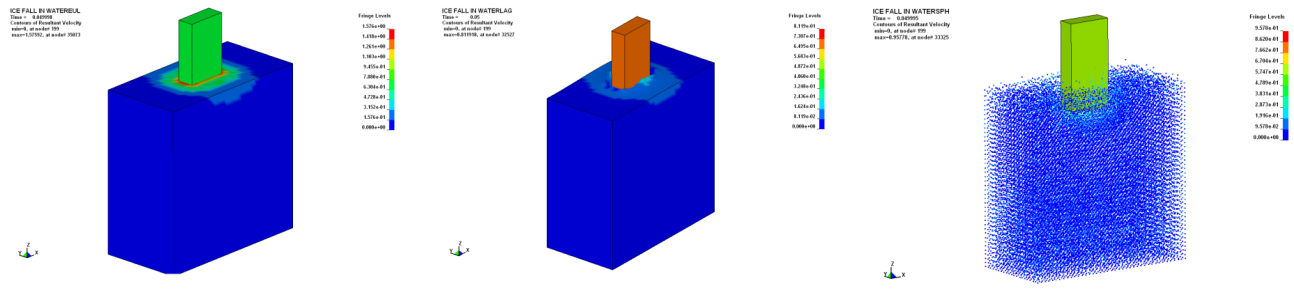
Качественная картина характера падения льдины более наглядна для Лагранжевой и SPH-моделей воды, так как они явно демонстрируют характер поведения свободной поверхности воды (рис. 5).



t = 0,3 с t = 0,7 с t = 1.55 с

Рис. 4. Сопоставление результатов моделирования обрушения столба воды по SPH-методу (верхний ряд рисунков – данные источника [3], нижний – авторское решение)

3.Влияние гидродинамики льда на контактные ледовые нагрузки. Для оценки степени влияния гидродинамического воздействия на контакт ледяных образований автором была смоделировано соударение двух льдин протяжённостью около 5,0 м и толщиной 0,5 м. Одна льдина первоначально была в состоянии покоя. Другая двигалась либо с заданной начальной скоростью в горизонтальной плоскости, либо произвольно под воздействием силы, приложенной к одной из её кромок. При этом начальная скорость соударения изменялась в пределах 1,5 – 2,0 м/с. Первый случай автор условно назвал «двумерный контакт», второй – «трёхмерный контакт». Для каждого контакта было просчитано три модельных варианта.



а б в

Рис. 5. Качественная картина контакта льдины с водой по различным моделям (а – Эйлерова вода; б – Лагранжева вода; в – SPH-вода)

В первом варианте со стороны воды учитывались только гидростатические (выталкивающие) силы. Причём они задавались программно как нагрузки, приложенные к узлам льдин.

Второй вариант помимо гидростатики учитывал и гидродинамику ледяных образований. Гидродинамические нагрузки, предварительно рассчитанные по методике [6], также присваивались программно как силы, зависящие от скоростей узлов. При этом в данном варианте для повышения достоверности необходимо назначение локальной координатной системы для каждой льдины. В этой подвижной системе координат для соответствующей льдины задавались узловые нагрузки. К сожалению, для произвольного перечня узлов процесс назначения сил, зависящих от какого-либо параметра (координаты, перемещения, скорости), практически не автоматизирован в CAE-системах, то есть он отличается очень высокой трудоёмкостью при построении модели. Следовательно, реальные возможности его использования ограничены небольшим количеством ледяных образований в модели.

В третьем варианте вода моделировалась Эйлеровой жидкостью.

Типы используемых конечных элементов были аналогичны описанным в предыдущем пункте настоящей статьи. Общее их количество в зависимости от варианта составило 25000 или 81250 ед. (рис. 6).

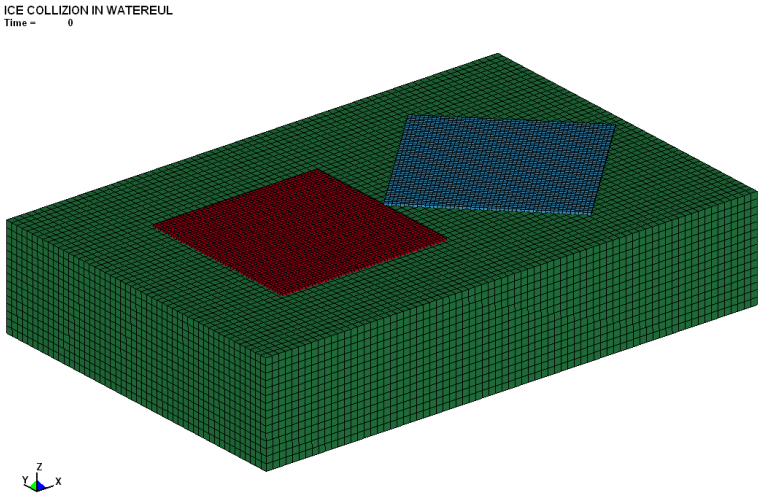


Рис. 6. Модель контакта ледяных образований в Эйлеровой формулировке воды

Обработка результатов расчёта показала сильное влияние демпфирующих свойств воды на характер движения льдин. Показательным при этом является поведение кривых суммарной кинетической энергии системы ледяных образований в процессе контакта (рис. 7 и 8).

Так для «двумерного контакта» игнорирование гидродинамической составляющей сохраняет кинетическую энергию льдин после удара на уровне, превышающем фактический более чем в 1,5 раза (кривые B и C на рис. 7). Для «трёхмерного контакта» это соотношение нестабильно из-за существенных вертикальных колебаний льдин. При этом в течение всего расчётного периода оно превышает двукратную величину (кривые A и C на рис. 8). Значимо вода влияет и на разгон льдины. Неучёт её в данном случае завышает начальную энергию соударения в 2,25 раза (кривые A и C на рис. 8).

Приближённый учёт гидродинамических сил по методике СНИПа [6] на кратковременном разгоне льдины практически не сказывается (кривые B и C на рис. 8). Для «двумерного контакта» в этом варианте прогнозируется примерно 30%-й избыток кинетической энергии по отношению к фактической (кривые A и C на рис. 7). В

«трёхмерном контакте» эта разница в процессе удара колеблется на уровне 20%, после чего с замедлением движения льдин следует ожидать примерно одинаковых уровней энергии (кривые A и B на рис. 8).

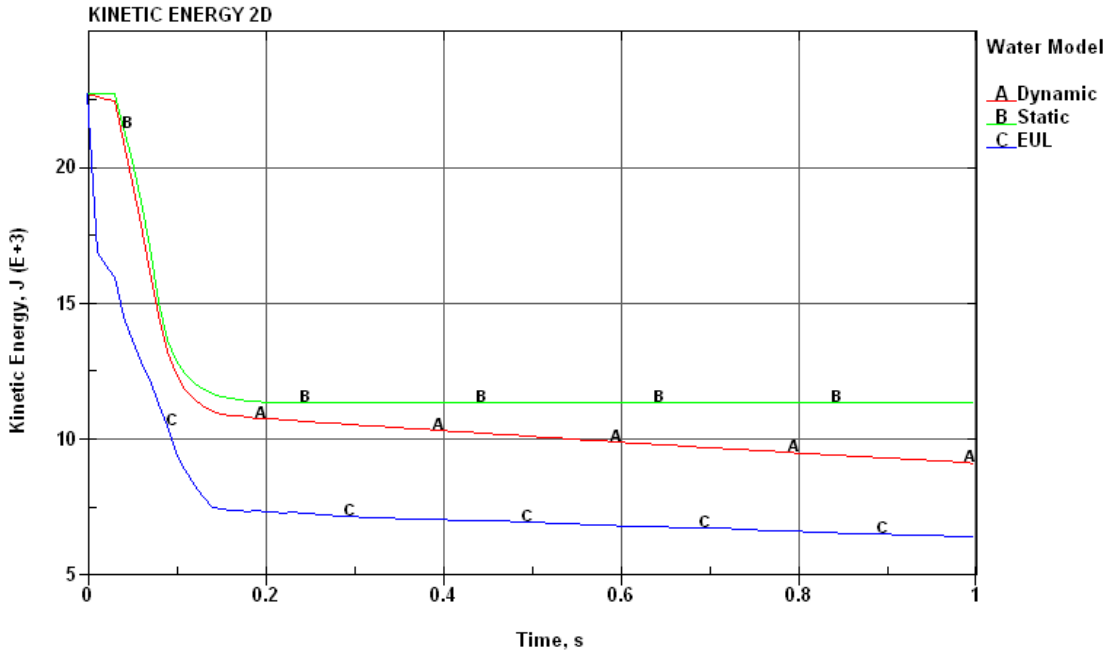


Рис. 7. Поведение кривых суммарной кинетической энергии системы льдин при «двумерном контакте»

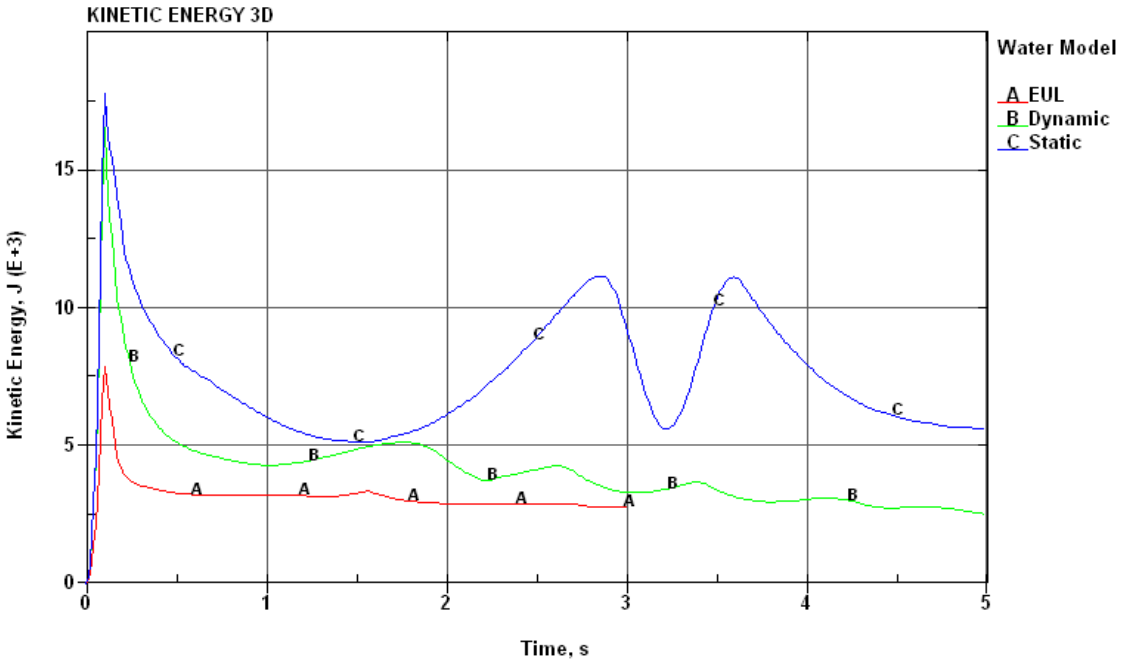


Рис. 8. Поведение кривых суммарной кинетической энергии системы льдин при «трёхмерном контакте»

Оценка влияния гидродинамики льдин на величину и характер контактных усилий показана на рис. 9 - 12.

Для «двумерного контакта» учёт только гидростатики почти втрое завышает амплитуду контактной силы и вдвое – длительность удара, что приводит к троекратной разнице в импульсах сил (кривые A и C на рис. 9 и 10). Приближённый учёт гидродинамических сил в этом случае уменьшает предыдущие соотношения по амплитуде и

длительности удара, но почти не ощущается на изменении разницы в величинах импульсов сил (кривые А и В на рис. 9 и 10).

При «трёхмерном контакте» вследствие произвольных вертикальных колебаний льдин картина соударения изменяется. При этом по всем вариантам многократно увеличивается время контакта. Неучёт гидродинамики на 25% повышает амплитуду контактной силы, соотношение по длительности контакта остаётся примерно на уровне «двумерного контакта». Уровень импульса силы для этого варианта показывает 2,5 кратный излишек по отношению к фактическому (кривые А и С на рис. 11 и 12). Приближённый учёт гидродинамики сказывается в основном на длительности контакта, но слабо влияет на изменение соотношения импульсов сил (кривые А и В на рис. 11 и 12).

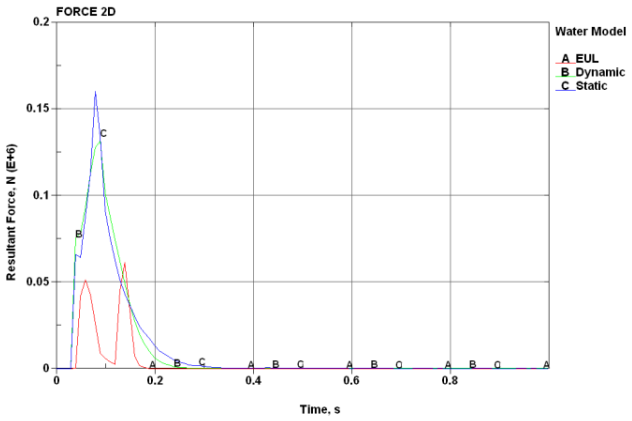


Рис. 9. Величины контактных нагрузок льдин при «двумерном контакте»

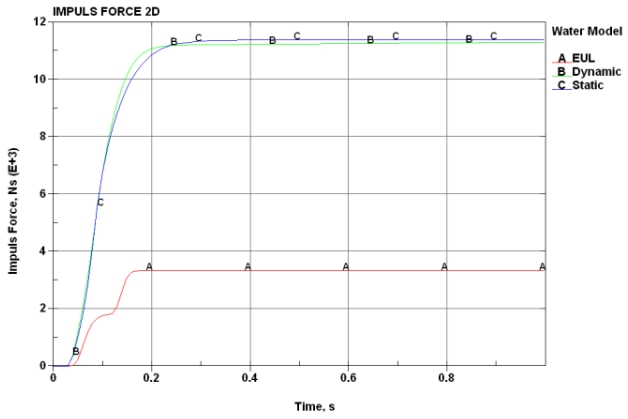


Рис. 10. Величины импульсов контактных сил при «двумерном контакте»

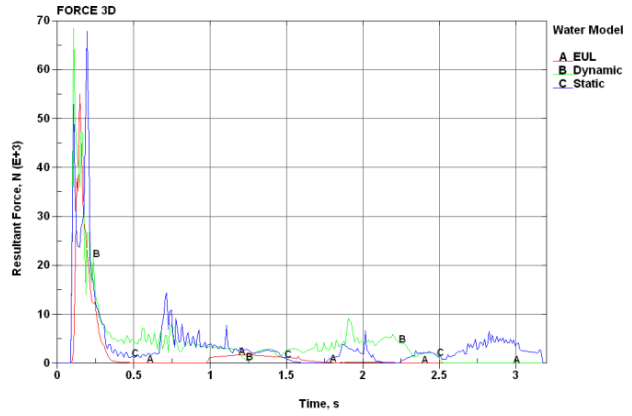


Рис. 11. Величины контактных нагрузок льдин при «трёхмерном контакте»

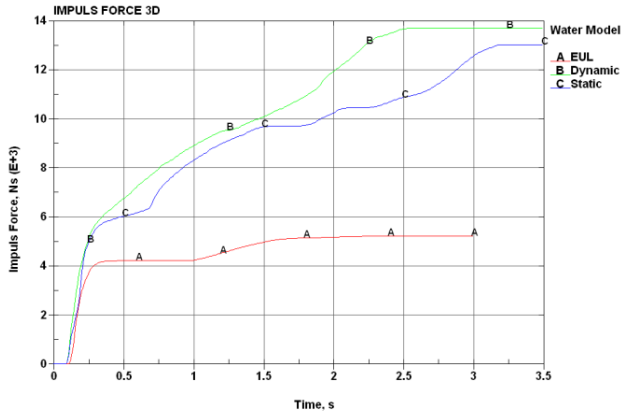


Рис. 12. Величины импульсов контактных сил при «трёхмерном контакте»

4.Выводы.

1. Воду допустимо моделировать вязкопластическим материалом с нулевыми компонентами девиатора напряжений (NULL-материал).
2. Гидродинамика ледяных образований адекватно описывается в Эйлеровой формулировке воды с применением алгоритма ЛАГРАНЖЕВО-ЭЙЛЕРОВО СВЯЗЫВАНИЕ.
3. В реальном диапазоне скоростей взаимодействия ледяных образований игнорирование или приближённый учёт гидродинамической составляющей сил порождает неадекватность модели.

4. При малых скоростях взаимодействия льдин (~ 0,5 м/с) для оценки гидродинамических нагрузок допустим их приближённый учёт, например по методике СНИПа [6].

Литература

1. А.П. Воробьев, В.И. Кривенцев, Qian Lin, Xuewu Cao. Моделирование фрагментации в жидких средах методом сглаженных частиц (Smoothed Particle Hydrodynamics). Научно-технический журнал «Ядерная энергетика», №1, 2008. с. – 85-95.
2. Басов К.А. ANSYS в примерах и задачах / Под общ. ред. Д.Г. Красковского. – М.: Компьютерпресс, 2002. – 224 с.: ил.
3. К.Е. Афанасьев К.Е., Попов А.Ю. Метод SPH для моделирования динамики жидкости со свободной поверхностью. Гидродинамика больших скоростей и численное моделирование - 2006. Конференция Кемеровского государственного университета, 22.06-28.06.2006,Кемерово, http://conference.kemsu.ru/conf/hshns2006/sect/index.htm?sec_id=726
4. Лобанов В.А. Моделирование льда в задачах с конечноэлементной постановкой. Дифференциальные уравнения и процессы управления, №4, 2008. Электронный журнал, рег. №П2375 от 07.03.97 ISSN 1817-2172, http://www.neva.ru/journal/j/RU/numbers/2008.4/issue.html
5. Система моделирования движения жидкости и газа Flow Vision. Версия 2.2. / Руководство пользователя. – М.: Тесис, 2005. – 304 с.
6. СНиП 2.06.04-82 Нагрузки от воздействия на гидротехнические сооружения (волновые, ледовые, от судов). – М.: Стройиздат, 1983. – 38 с.
7. Тронин В.А. Повышение безопасности и эффективности ледового плавания судов на внутренних водных путях. – Диссертация на соискание учёной степени доктора технических наук. – Горький, 1990. – 414 с.
8. CD-adapco Group, User Guide. STAR-CD version 3.26 _ CD adapco: 2005.
9. Hallquist J.O. LS-DYNA 950. Theoretical Manual. Livermore Software Technology Corporation. LSTC Report 1018. Rev. 2. USA, 2001. – p 498.
10. Karen E. Jackson, Yvonne T. Fuchs. Comparison of ALE and SPH Simulation of Vertical Drop Test of a Composite Fuselage Section into Water. 10th International LS-DYNA Users Conference, http://www.dynalook.com/international-conf-2008/FluidStructure-1.pdf
11. Masahika Otsuka, Yamato Matsui, Kenji Murata, Yukio Kato, Shigeru Itoh. A Study on Shock Wave Propagation Process in the Smooth Blasting Technique. 8th International LS-DYNA Users Conference, http://www.dynalook.com/international-conf-2004/07-3.pdf

Поступила: 01.09.11.