

УДК 621

## О ПРОФИЛЯХ СТОЯЧИХ ВОЛН ТИПА «ХЛОПОК» В ВИБРОУДАРНЫХ СИСТЕМАХ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ И ДИСКРЕТНЫМИ УДАРНЫМИ ПАРАМИ

© В.К. Асташев, В.Л. Крупенин

Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, Москва, Россия

**Аннотация.** Рассмотрены трапецевидные стоячие волны в системах с распределенными ударными элементами и несколькими сосредоточенными ударными парами. Эта статья предваряет серию работ, посвященную экспериментальному и теоретическому изучению сильно нелинейных форм в системах с неклассическими ударными парами и их использованию для анализа резонансных состояний конструкций, элементы которых подвержены систематическим соударениям.

В работах [1-5] теоретически и экспериментально (при помощи стенда Веприка) изучались виброударные системы с распределенными ударными элементами, и установлена возможность существования периодических режимов движения, названных «хлопками». Эти режимы отличаются тем, что некоторые части ударных элементов синхронно соударяются с соответствующими частями ограничителей, а конфигурация распределенного ударного элемента составлена из отрезков прямых. Наиболее простая конфигурация имеет вид трапеции. На рис. 1 показано формирование трапецевидной стоячей волны в струне.

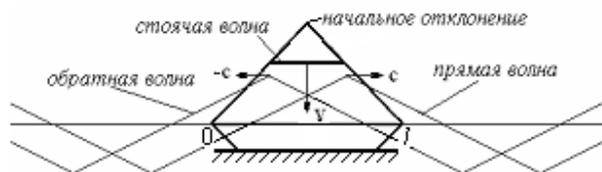


Рис. 1

Выберем начальное отклонение струны, закрепленной своими концами 0,  $l$ , в виде равнобедренного треугольника с высотой  $H$ . В консервативном случае дальнейшая конфигурация струны будет представлять собой трапецию, образованную суперпозицией прямой и обратной волн, бегущих со скоростью  $c$ . При этом боковые стороны трапеции остаются неподвижными, а малое основание («полка») движется с постоянной скоростью  $v = 2cH/l$ . Движение продолжается до получения зеркального отражения начальной конфигурации, а затем происходит в обратном направлении. Частота колебаний

$$\Omega = 2\pi v / 4H = \pi c / l. \quad (1)$$

Пусть движение струны ограничено препятствием, расположенным на расстоянии  $\Delta$  от положения равновесия. Предположим, что при достижении ограничителя полка, по аналогии с теорией абсолютно упругого удара, мгновенно отражается от ограничителя, и при этом ее скорость, сохраняя свое значение, меняет знак на противоположный. Тогда струна будет

совершать периодические колебания с ударами типа «хлопков» с частотой

$$\omega = \begin{cases} \Omega & \text{при } A \leq \Delta \\ \Omega(2 - \Delta/A) & \text{при } A \geq \Delta \end{cases} \quad (2)$$

где  $A = (H + \Delta)/2$  - амплитуда трапецевидной волны. В случае одностороннего ограничения величина начального отклонения  $H$  определяет полную энергию консервативной системы.

Аналогично можно построить трапецевидные волны в системе с двусторонним ограничителем. Для симметричного двустороннего ограничения имеем

$$\omega = \begin{cases} \Omega & \text{при } v \leq 2\Delta c/l \\ \pi v/2\Delta & \text{при } v \geq 2\Delta c/l \end{cases} \quad (3)$$

где скорость полки определяет полную энергию системы. В этом случае амплитуда  $A = \Delta$ .

В рассмотренных примерах можно, во-первых, увидеть аналогию с традиционными виброударными системами с одной степенью свободы. На рис. 2 показаны скелетные кривые, построенные по выражениям (2),(3) и отражающие связь собственных частот и амплитуд. Они имеют такой же вид как скелетные кривые дискретных систем [6, 7].

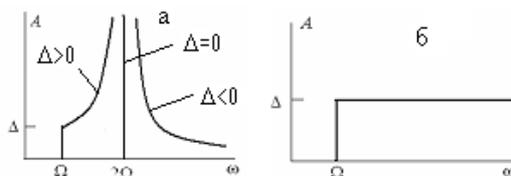


Рис. 2

С другой стороны, полученные стоячие трапецевидные волны в определенном смысле соответствуют собственным формам линейной системы, и по сути являются собственными формами распределенной виброударной системы. И это подтверждается экспериментами по реализации вынужденных колебаний струны, соударяющейся с ограничителем. На рис.3 представлена фотография фрагмента движения струны, снятого при стробоскопическом освещении.



Рис.3

Эксперименты показали, что режимы с хлопками существуют в диапазонах, указанных в формулах (2), (3), и оказываются наиболее интенсивными и просто реализуемыми резонансными режимами. При этом наблюдаются все нелинейные эффекты, присущие традиционным виброударным системам.

Аналогичные построения можно провести и для струны, взаимодействующей с точечными

[3] и комбинированными (тавровыми) [4] ограничителями. На рис. 4 показаны фотографии различных фаз струны, соударяющейся с точечным ограничителем. И в этом случае доминирующими являются трапецевидные формы колебаний. Но здесь струна огибает ограничитель, образуя специфическую зубцовую конфигурацию. Эксперименты, проведенные с различными модификациями плоских и точечных ограничителей, свидетельствуют о грубости полученных эффектов.

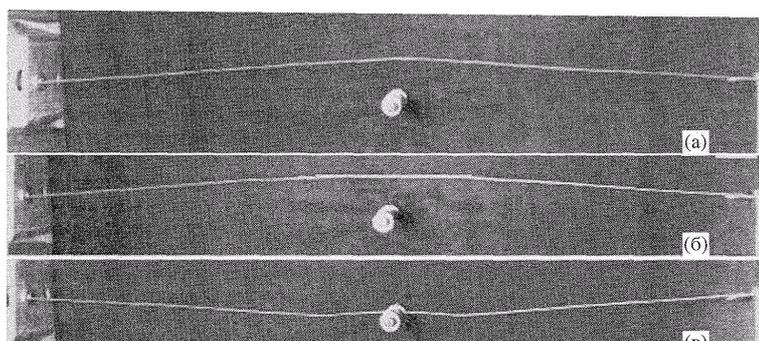


Рис. 4

Отметим, что ряд характеристик рассмотренных систем, полученных здесь в результате точных решений, ранее были найдены приближенно. Проводится сравнение точных и приближенных решений на примере анализа колебаний стержня, соударяющегося с абсолютно жестким ограничителем.

Были получены также результаты теоретических и экспериментальных исследований дискретных виброударных систем со многими ударными парами. Показано что доминирующими являются формы колебаний, при которых соударения в разных ударных парах происходят одновременно. На рис. 5 показана фотография струны с тремя шариками в момент их соударения с ограничителями.



Рис.5

Работа выполнена при поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований (Проект 10-08-00500).

### Литература

1. Крупенин В.Л. К теории виброударных систем с распределенными ударными элементами // Изв. АН СССР. МТТ. 1986. №1. С. 25-32.
2. Веприк А.М., Крупенин В.Л. О резонансных колебаниях систем с распределенным ударным элементом // Машиноведение. 1986. №6. С. 39-47.
3. Асташев В.К., Крупенин В.Л. Экспериментальное исследование колебаний струн, взаимодействующих с точечными ограничителями // Доклады Российской Академии

- Наук, 2001.. Т.379. №3. С. 329-333
4. *Крупенин В.Л.* О развитии методов частотно – временного анализа для расчета составных систем с большим числом ударных пар// Проблемы машиностроения и надежности машин. 2008. №6. С.40-51
  5. *Крупенин В.Л.* К исследованию высших нелинейных форм колебаний виброударных систем с распределенными ударными элементами // Проблемы машиностроения и надежности машин 2005. № 6.- С. 31-38.
  6. Babitsky V.L., Krupenin V.L. Vibration of Strongly Nonlinear Discontinuous Systems,. Berlin-Heidelberg-NY, Springer-Verlag. 2001, 400 p.

*Поступила: 15.01.10.*