

ДИНАМИКА КОСМИЧЕСКОГО МАЯТНИКА

© Э.П. Шилван, М.В. Закржевский

Рижский технический университет, Институт механики, Рига, Латвия

Аннотация. Данная работа посвящена исследованию приближенной модели космического маятника. Предполагается что результаты исследования этой модели, полученные на основе метода полных бифуркационных групп, могут быть использованы при анализе динамики более полной модели космического маятника.

Ключевые слова: космические исследования, маятниковые системы, метод полных Бифуркационных групп.

Маятниковые системы находят широкое применение в космических исследованиях. Например, модель, рассматриваемая в работе Spencer W. Zigler'a и Matthew P. Cartmell'a [1], относится к этому классу моделей (рис. 1). В этой модели к спутнику шарнирно крепится гантель (космический маятник), с двумя массами на концах и к маятнику прикладывается переменный момент $M(\omega t)$. Гантель может совершать как колебательные, так и вращательные движения относительно центра масс спутника. Как правило, аналогичные модели рассматриваются традиционными методами (метод усреднения, метод малого параметра, асимптотические методы), которые позволяют получить многие важные для практики результаты [1–3]. В последнее время на основе метода полных бифуркационных групп [4] для различных существенно нелинейных динамических систем удалось получить новые, неизвестные ранее, качественные решения, например, редкие аттракторы.

Данная работа посвящена исследованию приближенной модели космического маятника (рис. 2). Предполагается что результаты исследования этой модели, полученные на основе метода полных бифуркационных групп, могут быть использованы при анализе динамики более полной модели космического маятника (рис. 1.)

Рассматриваемая модель маятника (рис. 2) описывается уравнением:

$$\ddot{x} + b\dot{x} + (ax + a_1 \sin 2\pi x) = h_1 \cos \omega t, \quad (1)$$

где x – угол поворота маятника, $x = \varphi$, \dot{x} – угловая скорость колебания маятника, a – коэффициент жесткости дополнительной пружины, a_1 – коэффициент, учитывающий длину и гравитационную постоянную маятника, h_1 – амплитуда внешнего периодического момента, ω – частота внешнего периодического момента.

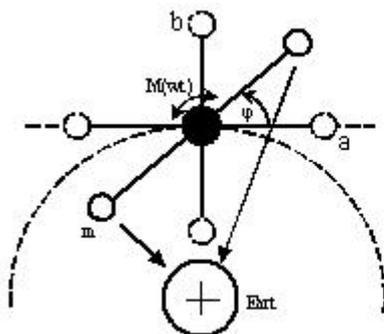


Рис. 1. Модель спутника с моторизованным космическим маятником, а – неустойчивое, б – устойчивое положение маятника.

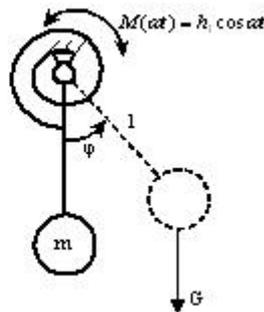


Рис. 2. Модель маятника с упругой пружиной, рассматриваемая в работе.

Для данной системы был проведен полный бифуркационный анализ для двух случаев: система имеет потенциальную яму с одним положением равновесия (рис. 3); и во втором случае система имеет сложную потенциальную яму с четырьмя устойчивыми положениями.

Результаты анализа для первого случая показаны на рис. 4 – 6. Особенностью этой системы является неожиданное обнаружение изолированного острова 1Т (рис. 4), амплитуды колебаний на котором значительно больше чем у основной группы 1Т.

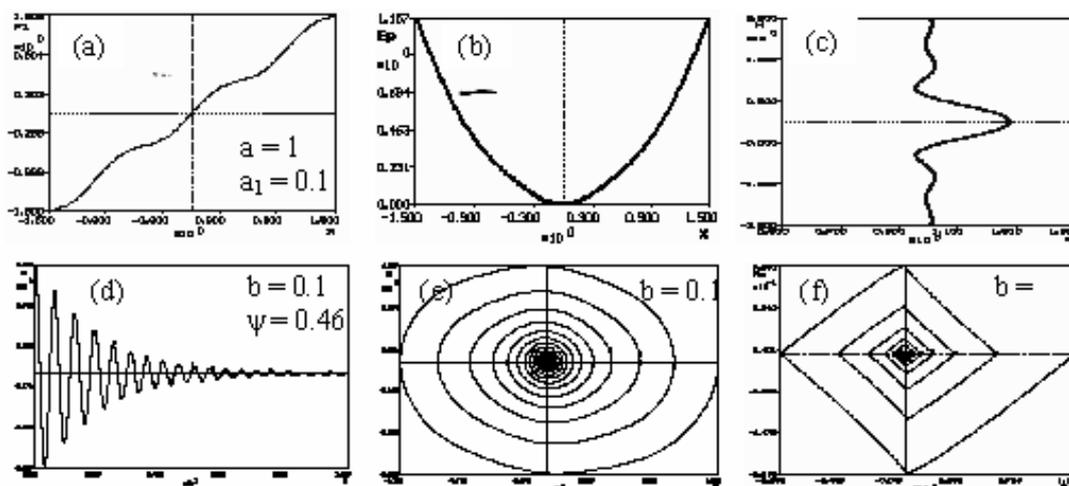


Рис.3. Свободные колебания маятниковой системы с одной потенциальной ямой.

а) упругая характеристика при $a = 1$, $a_1 = 0.1$; б) потенциальная яма; в) скелетная кривая; д) свободные затухающие колебания, ψ – коэффициент потерь; е) фазовый портрет свободных затухающих колебаний; ф) затухающие колебания на энергетической плоскости.

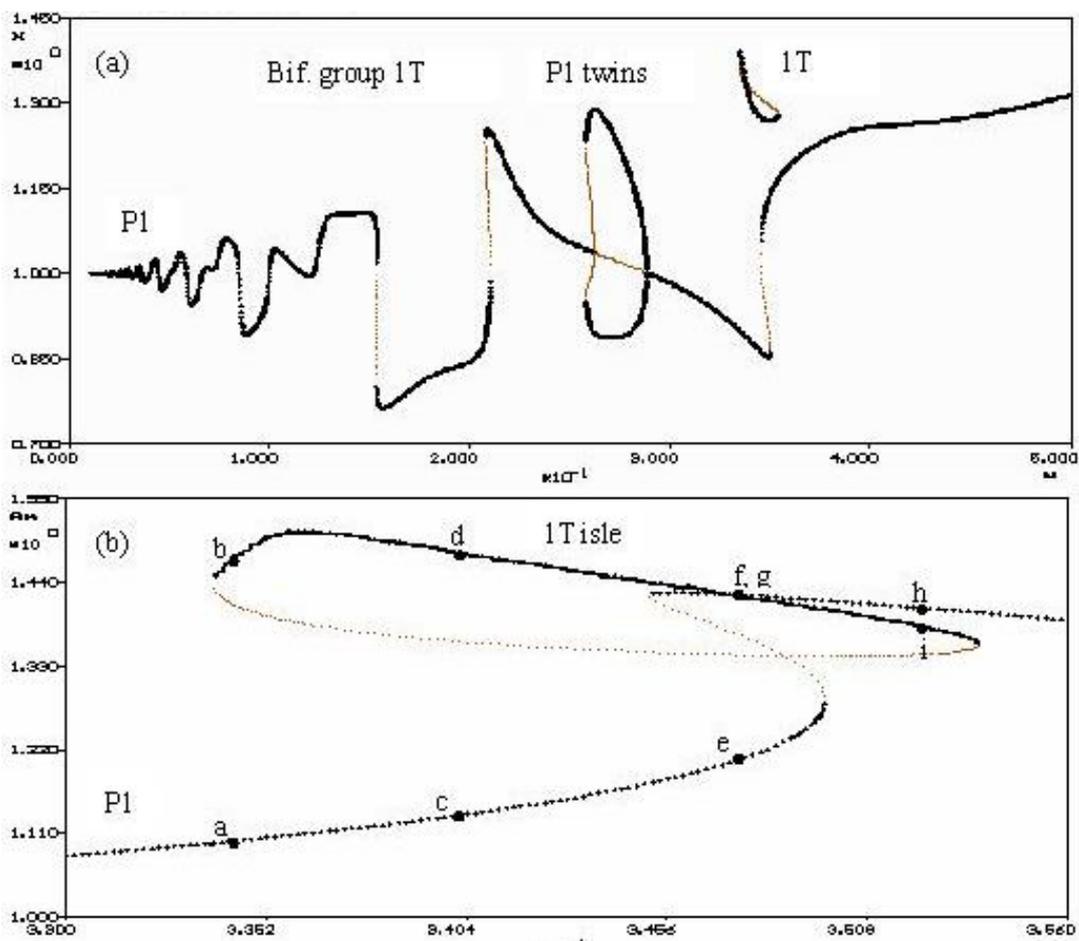


Рис.4. Вынужденные колебания маятника с периодами P1. Система имеет две бифуркационные группы 1T: обычная и островная. Для отмеченных точек законы движения и фазовые портреты показаны на рис. 5 – 6 . Уравнение движения: $\ddot{x} + b\dot{x} + (ax + a_1 \sin 2\pi x) = h_1 \cos \omega t$. Параметры: $b = 0.1$; $a = 1$; $a_1 = 0.1$; $h_1 = 1$; $\omega = \text{var}$; $k = 7$.

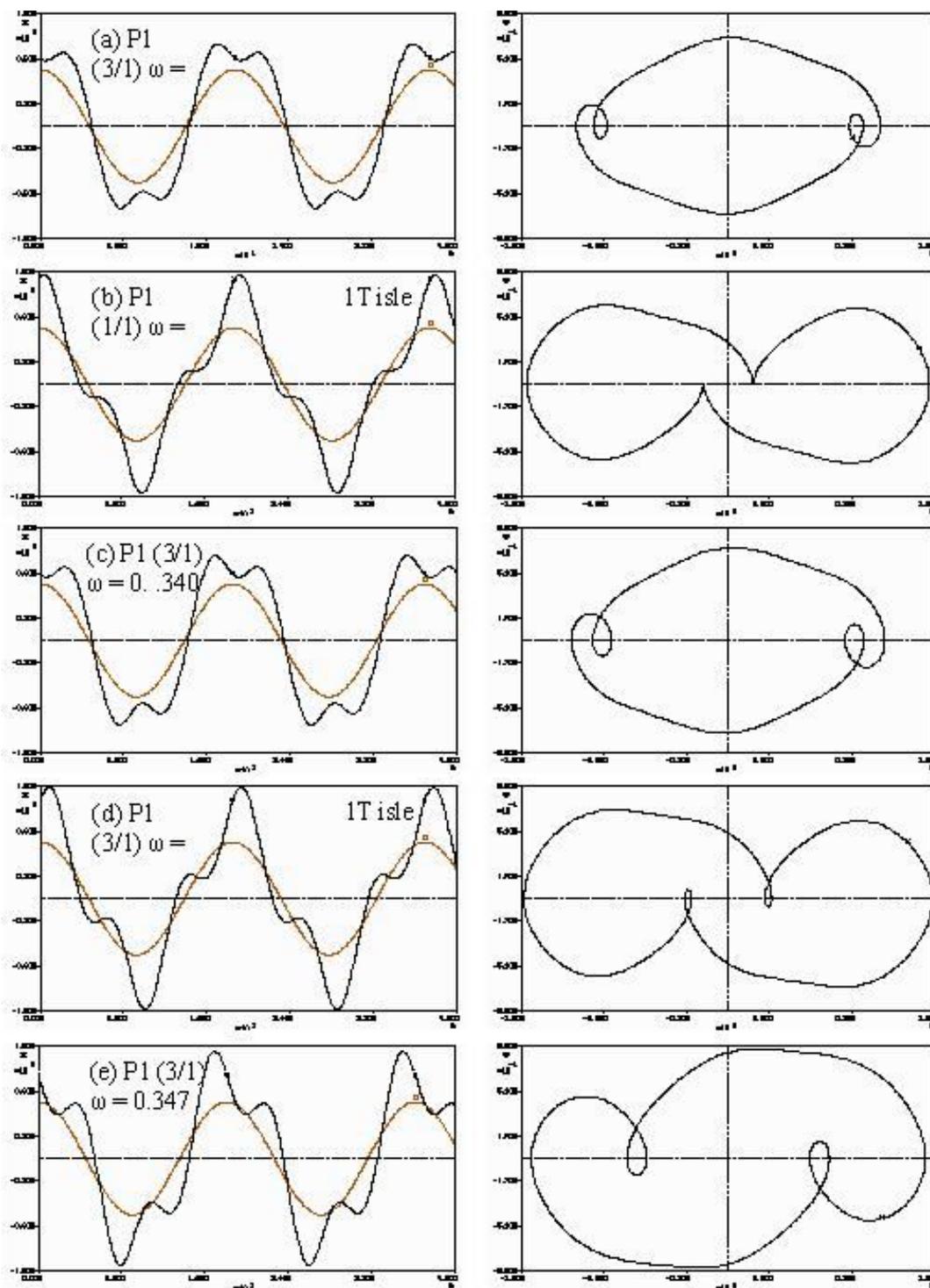


Рис. 5. Законы движения и фазовые портреты для устойчивых режимов P1 (см. рис. 4): а), с) и е) – для обычной группы 1T; б), д) – для острова 1T isle. Уравнение движения: $\ddot{x} + b\dot{x} + (ax + a_1 \sin 2\pi x) = h_1 \cos \omega t$. Параметры: $b = 0.1$; $a = 1$; $a_1 = 0.1$; $h_1 = 1$; $\omega = \text{var.}$; $k = 7$.

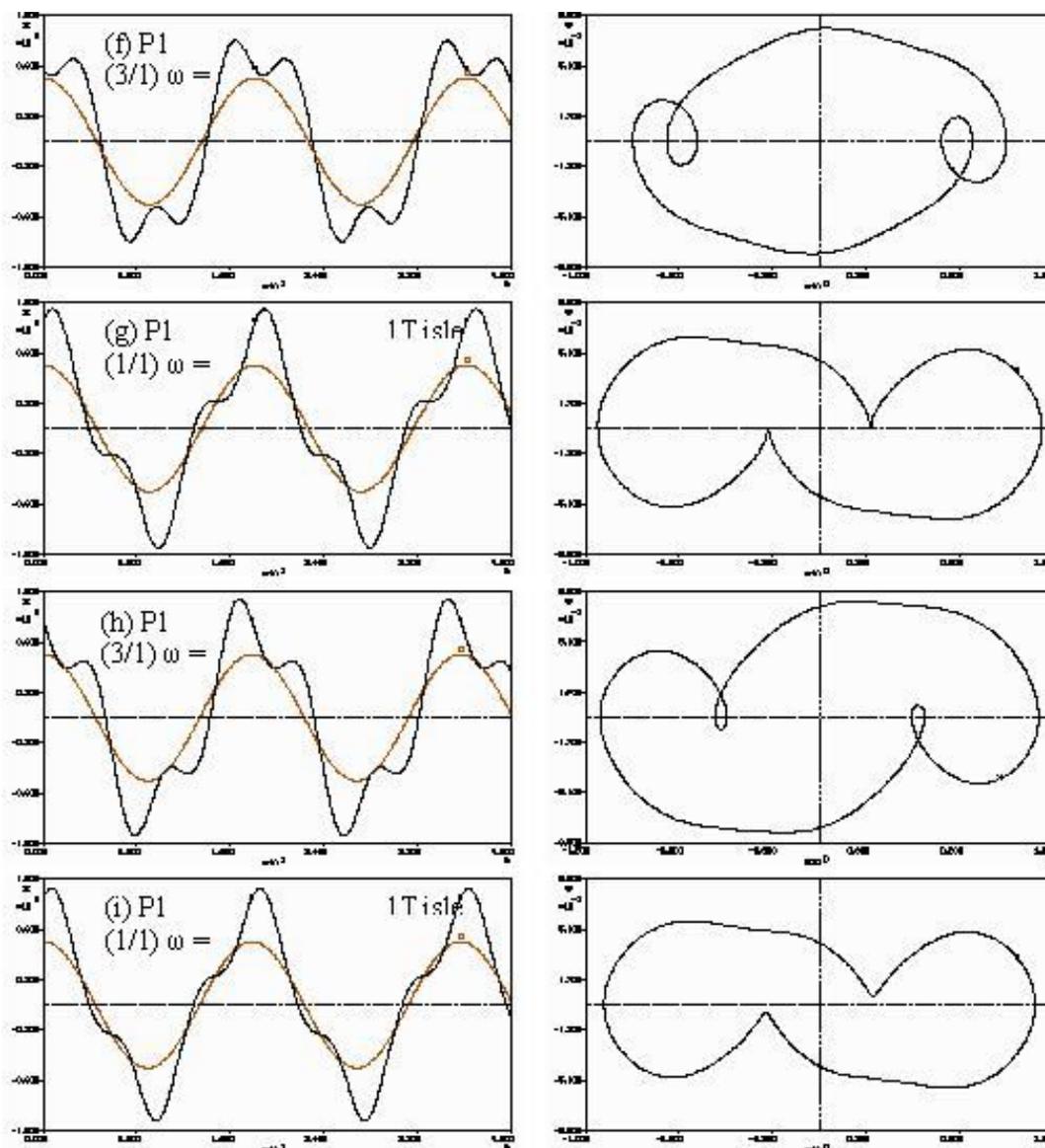


Рис. 5а (продолжение). Законы движения и фазовые портреты для устойчивых режимов P1 (см. рис. 4): f) и h) – для обычной группы 1T; g), i) – для острова 1T isle. Уравнение движения $\ddot{x} + b\dot{x} + (ax + a_1 \sin 2\pi x) = h_1 \cos \omega t$. Параметры: $b = 0.1$; $a = 1$; $a_1 = 0.1$; $h_1 = 1$; $\omega = \text{var.}$; $k = 7$.

При определенных значениях ω у островной бифуркационной группы 1T амплитуды колебаний значительно больше, чем у основной бифуркационной группы 1T.

Также для этих аттракторов, указанных на рис. 4, рис.5 и рис. 5а, были построены области притяжения (рис. 6).

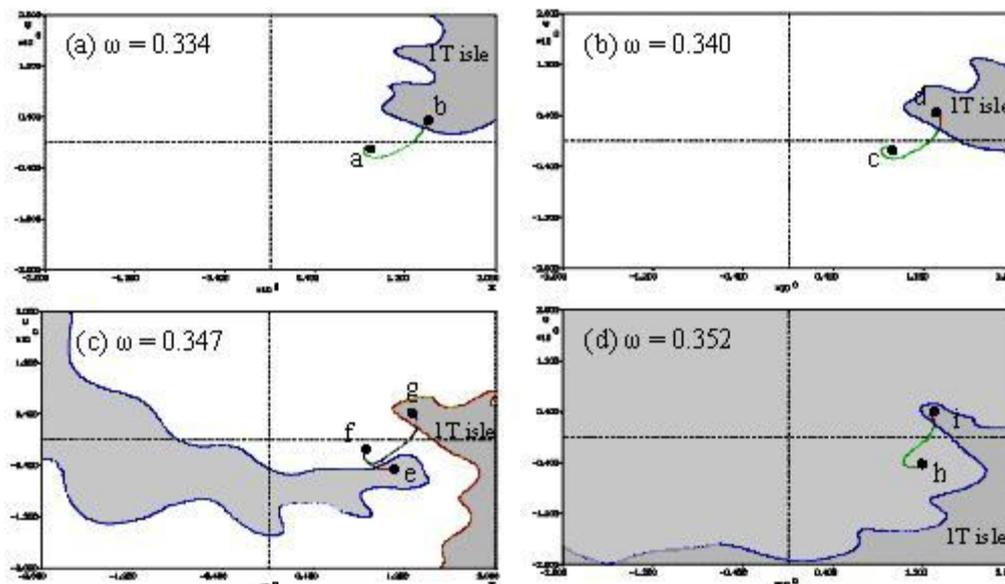


Рис. 6. Области притяжения периодических режимов для бифуркационной группы 1T и острова 1T isle указанных на рис. 4, рис. 5 и рис. 5а. При $\omega = 0.347$ система имеет три аттрактора P1. Уравнение движения $\ddot{x} + b\dot{x} + (ax + a_1 \sin 2\pi x) = h_1 \cos \omega t$. Параметры: $b = 0.1$; $a = 1$; $a_1 = 0.1$; $h_1 = 1$; $\omega = \text{var.}$; $k = 7$.

Во втором случае рассматривается система перевернутого маятника ($a = 1$, $a_1 = -1.5$). Данная система имеет семь положений равновесия, из которых четыре – устойчивые. Результаты бифуркационного анализа для этой системы показаны на рис. 8. Эта система имеет несколько различных бифуркационных групп с редкими аттракторами.

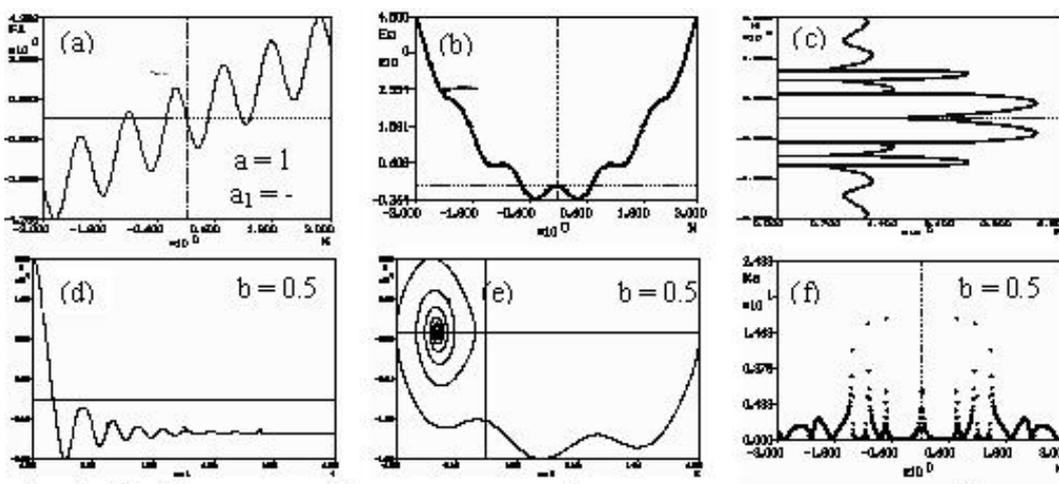
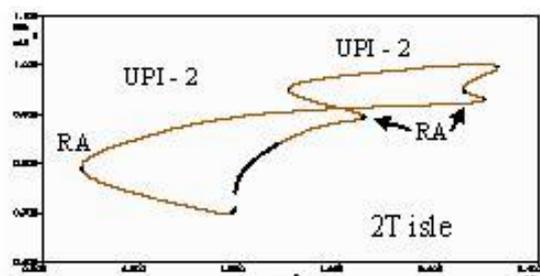
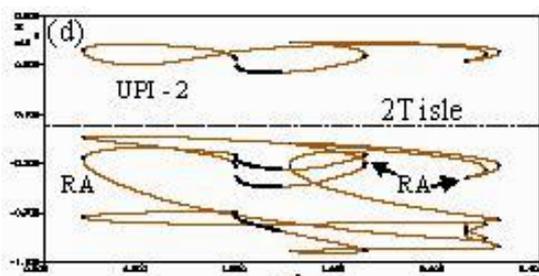
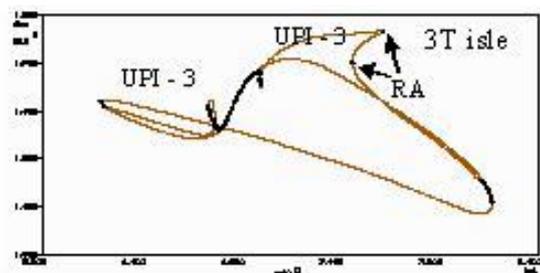
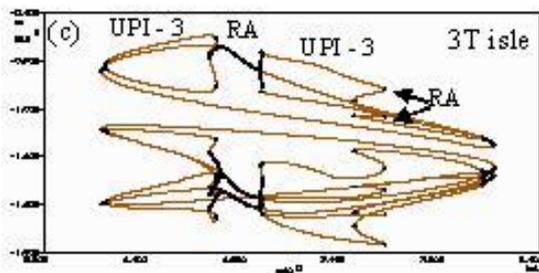
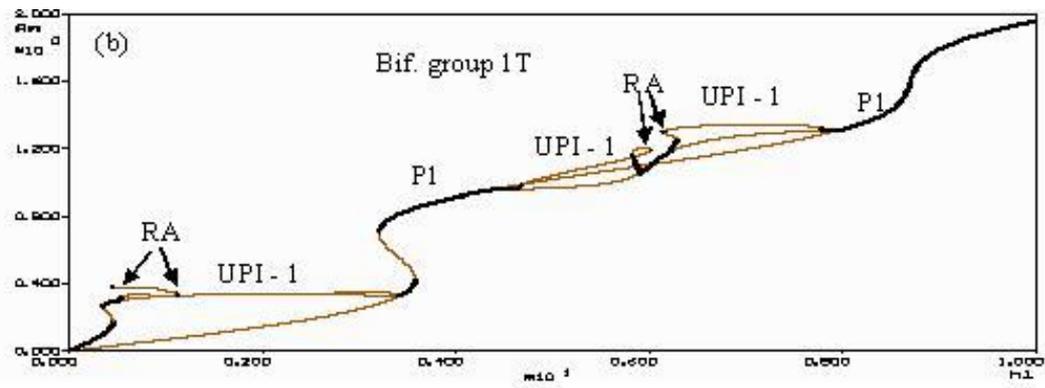
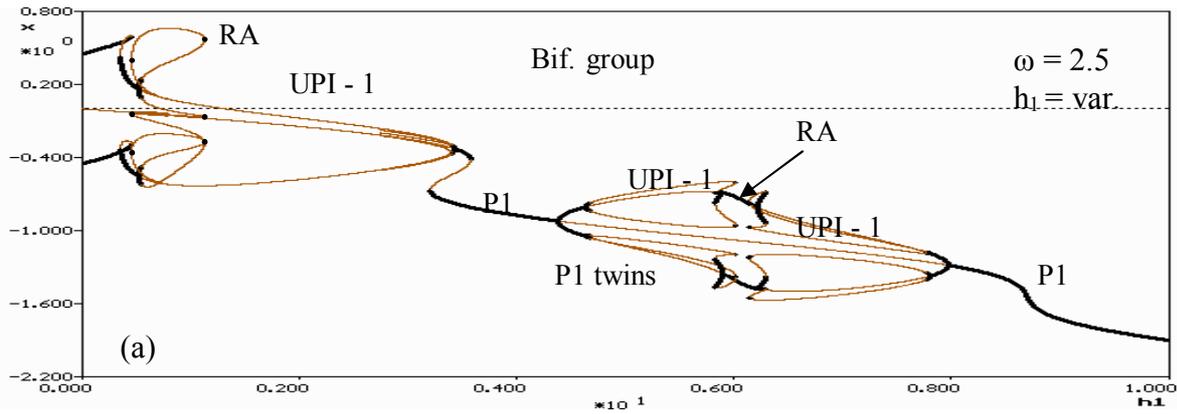


Рис.7. Свободные колебания маятниковой системы с четырьмя устойчивыми положениями равновесия. Уравнение движения $\ddot{x} + b\dot{x} + (ax + a_1 \sin 2\pi x) = h_1 \cos \omega t$. а) упругая характеристика $a = 1$, $a_1 = -1.5$; б) потенциальная яма; в) скелетная кривая; д) свободные затухающие колебания; е) фазовый портрет свободных затухающих колебаний; ф) коэффициент нелинейности.



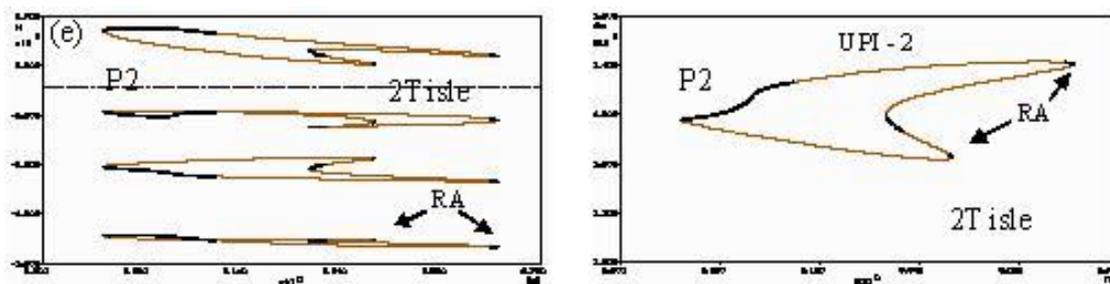


Рис.8. Вынужденные колебания перевернутого маятника с дополнительной упругой пружиной под действием вынужденного момента. а), б) – бифуркационные диаграммы для бифуркационной группы 1Т; с), d) и е) – для островных групп 2Т и 3Т. Уравнение движения $\ddot{x} + b\dot{x} + (ax + a_1 \sin 2\pi x) = h_1 \cos \omega t$. Параметры: $b = 0.1$; $a = 1$; $a_1 = 0.1$; $w = 2.5$; $h_1 = \text{var}$; $k = 7$.

Выводы

Применение методов полных бифуркационных групп для приближенной модели космического маятника позволяет обнаружить новые, не известные ранее, бифуркационные группы и редкие регулярные и хаотические аттракторы.

Литература

1. Ziegler S.W., Cartmell, M.P., Using Motorized Tethers for Payload Orbital Transfer, AIAA Journal of Spacecraft and Rockets, 38, (6), pp 904-913.
2. Landa P.S., Regular and Chaotic Oscillations, Springer-Verlag Berlin, 2001
3. Thomsen J.J. Vibrations and Stability, 2nd edition, Springer-Verlag, Berlin, 2003
4. Zakrzhevsky M. New concepts of nonlinear dynamics: complete bifurcation groups, protuberances, unstable periodic infinitiums and rare attractors – Journal of Vibroengineering, 2008 December, Volume 10, Issue 4, ISSN 1392-8716, p. 421-441.
5. Beletsky V.V., Rodnikov A.V. On evolution of libration points similar to eulerian in the model problem of the binary-asteroids dynamics – Journal of Vibroengineering, 2008 December, Volume 10, Issue 4, ISSN 1392-8716, p. 550-556.
6. Баталова З. С., Беякова Г. В. О колебательных движениях маятника с вибрирующей точкой подвеса // Динамика систем (оптимизация и адаптация). – Горький: Изд-во ГГУ, 1982. – С. 145 – 170.
7. Zakrzhevsky M.V., Ivanov Y.M., and Frolov V.Y. NLO: Universal Software for Global Analysis of Nonlinear Dynamics and Chaos, Proceeding of the 2nd European Nonlinear Oscillations Conference, Prague, 1996, Vol.2, pp. 261-264.

Поступила: 06.08.09.