УДК 621.01

АНАЛИЗ ОСОБЕННОСТЕЙ ДИНАМИКИ ДВУХМАССОВОЙ ВИБРОУДАРНОЙ СИСТЕМЫ В ПЕРЕХОДНОМ И УСТАНОВИВШЕМСЯ РЕЖИМАХ

И.Н. Статников, Г.И. Фирсов

Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, Москва, Россия

Аннотация. *Рассмотрена методика численного моделирования двухмассовой виброударной системы на основе ПЛП-поиска. Исследованы конкретные динамические эффекты.*

В работе [1] описаны краткие результаты расчетов динамического поведения двухмассовой виброударной системы, моделирующей колебания *i*-го сечения теплообменной трубы [2],

$$\begin{aligned} m_i\ddot{x}_i + p_{ix}(\dot{x},\dot{y}) + q_{ix}(x,y) = F_{ix}(t), \\ m_i\ddot{y}_i + p_{iy}(\dot{x},\dot{y}) + q_{iy}(x,y) = F_{iy}(t). \end{aligned} \qquad (1)$$

Здесь m_i - масса, приведенная к рассматриваемому *i*-му сечению; $p_{ix}(\dot{x},\dot{y}), p_{iy}(\dot{x},\dot{y})$ - проекции на оси x и y сил сопротивления движению, которые предполагаются зависящими как от скоростей в *i*-м сечении, так и от скоростей относительного перемещения сечения; $q_{ix}(x,y), q_{iy}(x,y)$ - проекции упругой силы, зависящие от величин абсолютного смещения *i*-го и относительного смещения обоих сечений из положения статического равновесия, отвечающего недеформированному состоянию упругой системы; $F_{ix}(t), F_{iy}(t)$ - внешние силы, возбуждающие колебания, которые задаются в виде явных функций времени.

В предположении линейности диссипативных и упругих сил в (1) запишем систему уравнений на интервалах движения в зазоре в следующем виде

$$m_1\ddot{x}_1 + c_1\dot{x}_1 + k_1x_1 + c_2(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + k_2(x_1 - x_2) = P_{1x}\sin\omega t,$$
$$m_1\ddot{y}_1 + c_1\dot{y}_1 + k_1y_1 + c_2(\dot{y}_1 - \dot{y}_2) + k_2(y_1 - y_2) = P_{1y}\sin 2\omega t, \qquad (2)$$

$$m_2\ddot{x}_1 + c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k_2(x_2 - x_1) + c_3\dot{x}_2 + k_3x_2 = P_{2x}\sin\omega t,$$
$$m_2\ddot{y}_2 + c_2(\dot{y}_2 - \dot{y}_1) + k_2(y_2 - y_1) + c_3\dot{y}_2 + k_3y_2 = P_{2y}\sin 2\omega t. \qquad (3)$$

Удвоенная частота возбуждающей силы, действующей по оси y, соответствует вихревому характеру возбуждения колебаний трубы потоком жидкости [3]. Система уравнений (2), (3) может использоваться только при движении обеих масс без контакта с ограничителем. В рассматриваемой модели предполагается, что каждая из масс совершает плоское поступательное движение, причем и массы, и ограничители имеют круглую форму. Соответствующие геометрические характеристики масс и ограничителей обозначим так: r_{i1} - радиус *i*-й массы; r_{i2} - радиус ограничителя; $\Delta_i = r_{i2} - r_{i1}$ - максимальное относительное перемещение центра *i*-й массы в зазоре; e_{ix} , e_{iy} - координаты центра для *i*-го ограничителя (эксцентриситеты). При недеформированном состоянии упругой системы координаты центров обеих масс равны нулю, $x_i = y_i = 0$, что вытекает из системы уравнений (2), (3), другими словами, начало системы координат совпадает с недеформированным положением системы.

Принятые допущения и условия соударения масс приведены в работе [1]. Основные положения по формированию системы уравнений и алгоритмам расчета динамики

рассматриваемой системы приведены в работах [4,5]. К анализируемым динамическим характеристикам относятся следующие: A_i - полное число ударов i-й массы; $\Sigma|u_{i-}|$, $\Sigma|v_{i-}|$ - накопленные тангенциальная и нормальная составляющие скорости удара i-й массы; τ_i, $\Sigma|s_i|$ - полная длительность режима скольжения и полный путь скольжения i-й массы; $\int \Phi_{in} dt$ - полный импульс силы нормального давления при скольжении i-й массы. После завершения процесса моделирования полученные накопленные значения динамических характеристик нормируются. Величины A_i делятся на число периодов интегрирования, так что нормированные значения определяют среднее число ударов на период возбуждающей силы, если эта величина равна нулю, то имеет место безударный режим чистого скольжения. Остальные характеристики нормируются длительностью интервала реализации, определяя среднее значение соответствующего критерия в единицу времени.

Помимо перечисленных выше в отдельных вычислительных экспериментах определялись и характеристики «комплексного» характера, относящиеся к ударным взаимодействиям и к режиму скольжения. Такими характеристиками являются, соответственно, средняя полная скорость удара $\sqrt{(u_{i-})^2 + (v_{i-})^2}$ и среднее значение работы сил трения скольжения $\int f \Phi_{in} ds_i$, где f - коэффициент ударного трения, определяющий уменьшение тангенциальной составляющей скорости удара вследствие мгновенного проскальзывания соударяющихся тел.

В качестве варьируемых параметров были выбраны следующие: значения радиусов зазоров Δ_1 и Δ_2, ограничивающих перемещение масс; значения составляющих e_{ix}, e_{iy}, эксцентриситетов, определяющих положение центров ограничителей относительно равновесного положения упругой системы; амплитуды P_{ix}, P_{iy} возбуждающих сил и частота возбуждения ω.

Введем вектор $\bar{\alpha}$ варьируемых параметров, используя следующие обозначения: $\alpha_1 = \Delta_1$, $\alpha_2 = \Delta_2$, $\alpha_3 = e_{1x}$, $\alpha_4 = e_{1y}$, $\alpha_5 = e_{2x}$, $\alpha_6 = e_{2y}$, $\alpha_7 = \ln (P_{1y}/P_{1x})$, $\alpha_8 = \ln (P_{2y}/P_{2x})$, $\alpha_9 = \omega$. Представление отношений амплитуд возбуждающих сил в форме экспоненциальной функции от соответствующих параметров α_7 и α_8, равномерно распределенных в анализируемой области пространства параметров, позволяет эффективно проводить вычислительные эксперименты в достаточно широкой зоне изменения отношений P_{iy}/P_{ix}, охватывающей точку равенства амплитуд $P_{ix} = P_{iy}$ ($\alpha_j = 1$).

Приведем обозначения динамических критериев:

$\Phi_1(\bar{\alpha})$, $\Phi_4(\bar{\alpha})$ - среднее значение числа ударов первой и второй масс в установившемся режиме за один период возбуждающей силы;

$\Phi_2(\bar{\alpha})$, $\Phi_5(\bar{\alpha})$ - среднее значение накопленной нормальной составляющей ударной скорости первой и второй масс в единицу времени;

$\Phi_3(\bar{\alpha})$, $\Phi_6(\bar{\alpha})$ - среднее значение накопленной тангенциальной составляющей ударной скорости первой и второй масс в единицу времени;

$\Phi_7(\bar{\alpha})$ - средняя доля времени, когда первая масса двигалась в контакте с ограничителем (режим скольжения);

$\Phi_8(\bar{\alpha})$ - среднее значение скорости скольжения по ограничителю для первой массы;

$\Phi_9(\bar{\alpha})$ - среднее значение силы нормального давления первой массы на ограничитель (для критериев Φ_8 и Φ_9 в качестве нормирующего множителя при усреднении выбирается длительность интервала скольжения). Аналогичные критерии с индексами от Φ_{10} до Φ_{12} вычисляются для движения массы m_2 в режиме скольжения по ограничителю.

Предварительный этап анализа динамики двухмассовой системы, который предшествовал проведению планируемого ВЭ с изменением большего числа параметров, заключается в построении частотных характеристик в широкой полосе частот. Для этой цели проводилось моделирование переходного процесса и установившегося движения системы при различных значениях частоты ω в диапазоне ω∈[0,4; 2,5] в зависимости от соотношения величин зазоров Δ_1 и Δ_2 при фиксированных значениях $e_{ix} = e_{iy} = 0$, $P_{ix} = P_{iy} = 1$

На этом же этапе проверялась зависимость точности результатов усреднения от выбранных значений длительностей переходного процесса и интервала усреднения в стационарном режиме.

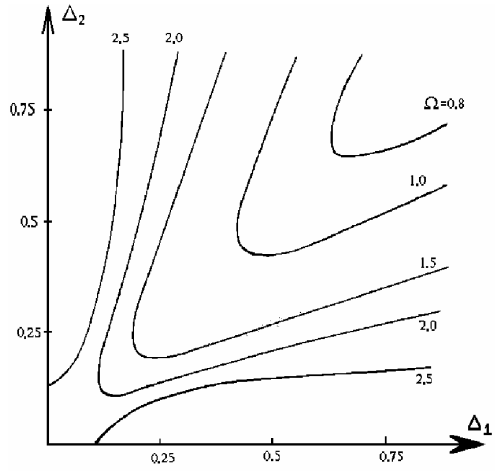


Рис. 1.

На предварительном этапе анализа рассматривались следующие основные особенности движения системы: тип установившегося режима - простой периодический или более сложный режим, соотношение между интервалами виброударного режима и скольжения, а также изменение средних значений скорости удара и работы сил трения скольжения в зависимости от частоты возбуждения.

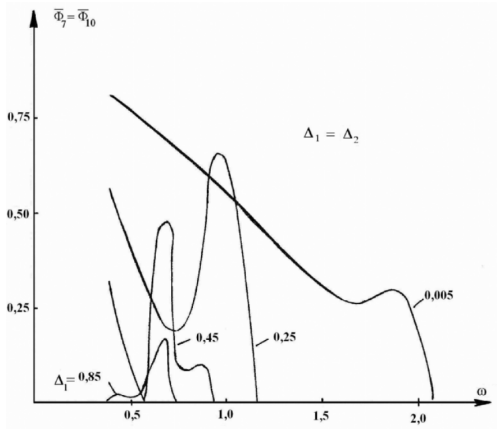


Рис. 2.

Оказывается, что при рассматриваемом характере возбуждения, даже для сравнительно малых значений зазоров (если эти зазоры равны) при нулевых значениях эксцентриситетов не наблюдалось режимов «чистого» скольжения по ограничителю, когда ударные взаимодействия полностью отсутствуют. Возникновение подобных режимов, как

показывает моделирование, может быть связано с «асимметрией» динамической системы, обусловленной различием значений зазоров или ненулевыми значениями эксцентриситетов.

Более того, и при равных, и при различных зазорах интервалы скольжения по ограничителю имели место только в интервале сравнительно меньших частот возбуждения и меньших значениях зазоров (последнее представляется совершенно очевидным). Чтобы более наглядно проиллюстрировать обнаруженный эффект, введем «критическое» значение частоты возбуждения Ω, при котором длительность скольжения обращается в нуль и режим движения оказывается чисто виброударным. Изменение Ω в зависимости от значений Δ_1 и Δ_2 показано на рис. 1, где приведены линии уровня функции Ω. Для каждой пары зазоров Δ_1, Δ_2 в рассматриваемом диапазоне режим скольжения имеет место лишь при $\omega < \Omega$. Согласно рис. 1, критическое значение Ω монотонно уменьшается с увеличением зазора при $\Delta_1 = \Delta_2$. Однако с увеличением разности $|\Delta_1 - \Delta_2|$ значение Ω увеличивается, другими словами, увеличение зазора в одной из ударных пар повышает «склонность» динамической системы к возникновению режимов скольжения в другой ударной паре по сравнению с исходной системой, где $\Delta_1 = \Delta_2$.

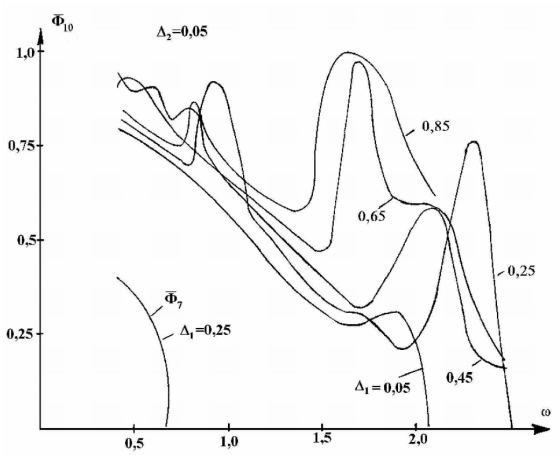


Рис. 3.

Это обстоятельство можно объяснить следующим образом: увеличение зазора в одной из пар (например, в первой) неизбежно приводит к увеличению амплитуды колебаний первой массы. Соответственно должны увеличиться и значения упругих сил, которые обеспечивают прижатие второй массы к ограничителю. С другой стороны, небольшие отклонения второй массы в процессе скольжения по ограничителю при $\Delta_1 > \Delta_2$ не могут явиться основным источником режима скольжения для первой массы, так что для $\Delta_1 >> \Delta_2$ скольжение в первой паре должно возникать главным образом под действием внешних сил. Конечно, качественная картина возникновения режимов скольжения, кратко изложенная выше, будет существенно усложняться при ненулевых значениях эксцентриситетов в ударных парах.

Сказанное иллюстрируется графиками на рис. 2 и 3, где представлены зависимости от частоты для относительной длительности интервала скольжения (критерии Φ_7, Φ_{10}), соответственно, для случаев одинаковых зазоров (см. рис. 2, где $\Delta_1 = \Delta_2$ и $\Phi_7 = \Phi_{10}$) и для различных зазоров (рис. 3, где принято $\Delta_1 > \Delta_2$ и приведены графики для критерия Φ_{10}, характеризующего вторую пару).

На рис. 2 наглядно видно, как рост значений зазоров в симметричной системе приводит к значительному уменьшению длительности скольжения и резкому сокращению частотного диапазона, в котором возникают режимы скольжения. С другой стороны, с ростом величин зазоров зависимости характеристик Φ_7, Φ_{10}, от частоты начинают носить резонансный характер, причем соответствующие значения частот либо равны первой собственной частоте упругой системы ($\omega = 1$), либо ниже этой частоты.

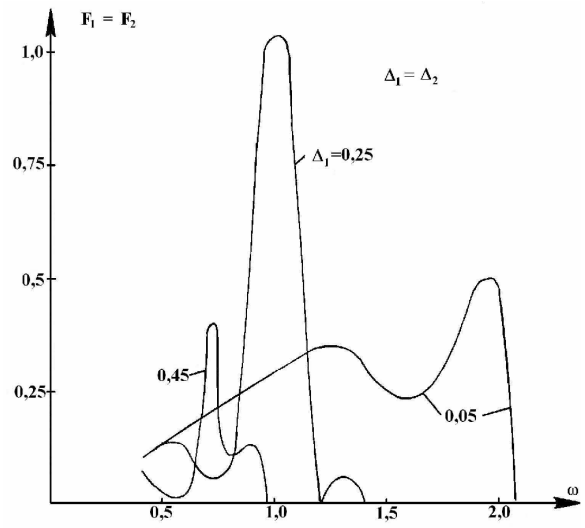


Рис. 4.

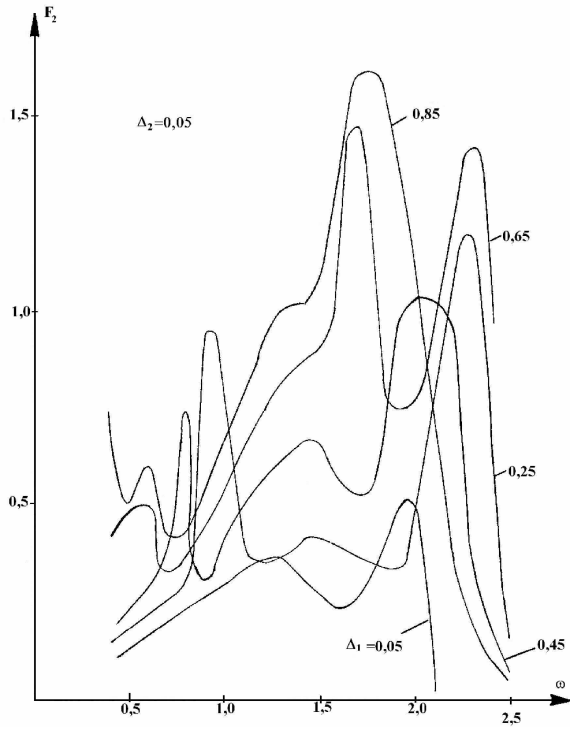


Рис. 5.

На рис. 3 видно, что по мере увеличения зазора Δ_1 при фиксированном значении $\Delta_2 = 0{,}05$ длительность Φ_{10} скольжения во втором зазоре также возрастает практически монотонным образом. В широком частотном диапазоне указанное увеличение Φ_{10} является

сравнительно небольшим и близким к равномерному. Исключение составляют зоны, где характеристика $\Phi_{10}(\omega)$ имеет резонансный характер. Заметим, что в отличие от случая $\Delta_1 = \Delta_2$, когда существовала только одна такая «резонансная» зона $\omega \approx 0{,}7\text{-}1{,}0$, в случае $\Delta_1 \neq \Delta_2$ наблюдаются две аналогичные зоны. Первая из этих зон по-прежнему лежит в диапазоне частот $\omega = (0{,}7;\ 1{,}0)$, а вторая зона возникает несколько ниже второй собственной частоты упругой системы $\omega = 2{,}2$.

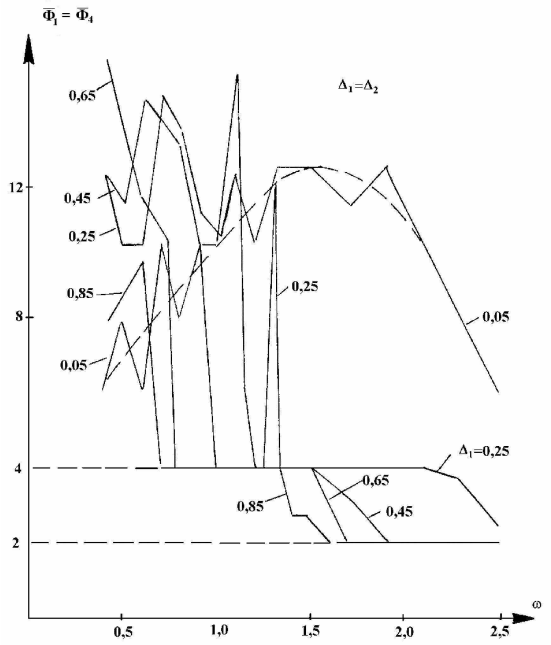


Рис. 6.

На рис. 4 и 5 для тех же сочетаний зазоров, которые анализировались на рис. 2 и 3, построены зависимости от частоты для еще одной существенной характеристики режима скольжения - средней величины F_i работы сил трения скольжения за единицу времени; индекс i соответствует номеру ударной пары, для которой эта характеристика вычисляется. Если $F_i = 0$, то в i-той паре скольжение отсутствует. Рис. 4, как и рис. 2, отвечает равным значениям зазоров, а рис. 5 демонстрирует изменение характеристики F_2 с увеличением Δ_1 при фиксированном Δ_2 – 0,05.

Как видим, для характнристик F_i резонансные свойства выражаются значительно более сильно, чем для длительностей Φ_7, Φ_{10}, режима скольжения. Теперь уже и для случая $\Delta_1 = \Delta_2$ наглядно проявляется наличие двух резонансных зон (см. Рис. 4), причем при $\Delta_1 >> \Delta_2$ вторая зона в окрестности частоты $\omega = 2$ становится доминирующей, как по величинам рассматриваемого критерия, так и по ширине резонансного пика. Подчеркнем, что увеличение зазора Δ_1 при $\Delta_2 = 0{,}05$ приводит к расширению зоны существования режимов скольжения до всего анализируемого диапазона (0,4; 2,5).

Характер виброударного режима в определенной степени может быть описан по значениям критериев Φ_1 и Φ_4, определяющих среднее число соударений соответственно в первой и второй парах за один период внешнего возбуждения. На рис. 6 представлены зависимости $\Phi_1(\omega) = \Phi_4(\omega)$ для симметричной системы ($\Delta_1 = \Delta_2$). При минимальном зазоре число соударений оказывается близким к 10 для широкого интервала частот возбуждения и несколько уменьшается при минимальных и максимальных значениях частот.

С ростом величин зазора резко увеличивается среднее число ударов на низких частотах ($\omega < 1$) и уменьшается число ударов на более высоких частотах. ($\omega > 1$). При этом режимы с большим числом ударов, как правило, сопровождаются интервалами скольжения. Среднее значение скоростей ударов в этих случаях сравнительно невелико. Уменьшение числа ударов спряжено с интенсификацией виброударного режима и зачастую обусловлено переходом на «типовые» виброударные режимы простейших периодических типов - с двумя или четырьмя ударами за период. Именно эти режимы оказываются основными при частотах возбуждения $\omega > 1$.

Для сложных режимов с большим числом ударов мы не будем делать различия между периодическими и непериодическими режимами, хотя результаты моделирования косвенно свидетельствуют о наличии периодичности, когда критерии Φ_1 и Φ_4 принимают целые значения. Для большей наглядности на рис. 6 штриховой линией проведена «сглаженная» характеристика для числа ударов.

Аналогичные «сглаженные» характеристики представлены и на рис. 7, где показано изменение характеристик $\Phi_1(\omega)$ и $\Phi_4(\omega)$ при увеличении зазора Δ_1 при фиксированном $\Delta_2 = 0{,}05$. Штриховыми линиями на рис. 7 показаны характеристики $\Phi_1(\omega)$, а сплошными - характеристики $\Phi_4(\omega)$. Как видим, с ростом величины зазора в первой паре среднее число ударов для этой пары быстро убывает практически во всем диапазоне частот; исключение составляет область низких частот для случая $\Delta_1 = 0{,}25$; $\Delta_2 = 0{,}05$. Этот результат представляется вполне очевидным. При этом для первой ударной пары в сравнительно широких диапазонах реализуются простейшие периодические режимы с четырьмя ударами, а на более высоких частотах и двухударные.

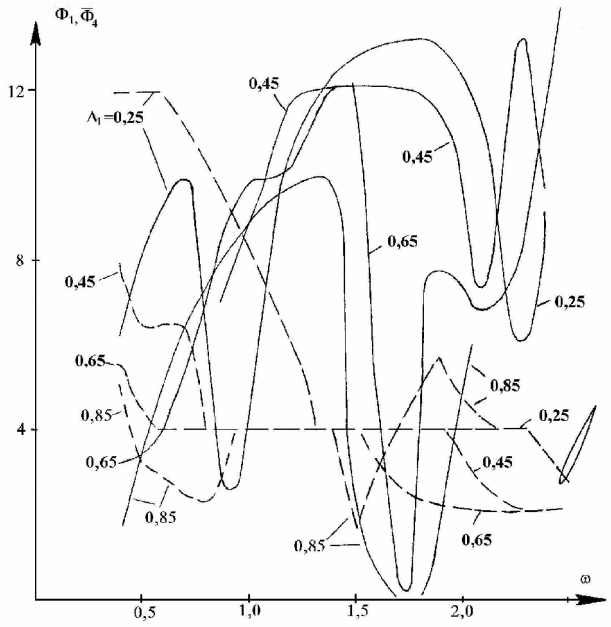


Рис. 7.

Что касается второй ударной пары, то характеристика $\Phi_4(\omega)$ с ростом Δ_2 приобретает отчетливо выраженный резонансный характер, когда зоны с большим числом ударов чередуются с зонами, где основным является режим скольжения и среднее число ударов невелико. Наконец, на рис. 8 и 9, построенных для симметричной системы, с $\Delta_1 = \Delta_2$, представлены зависимости от частоты для характеристики, которая в значительной степени

определяет интенсивность ударных взаимодействий, - среднего значения накопленной (суммарной) скорости удара V_i в единицу времени (индекс i по-прежнему соответствует номеру ударной пары) Чтобы выделить зоны, отвечающие простейшим периодическим режимам, точки, для которых имеет место четырехударный режим, обозначены кружками, а точки с двухударным режимом - треугольничками.

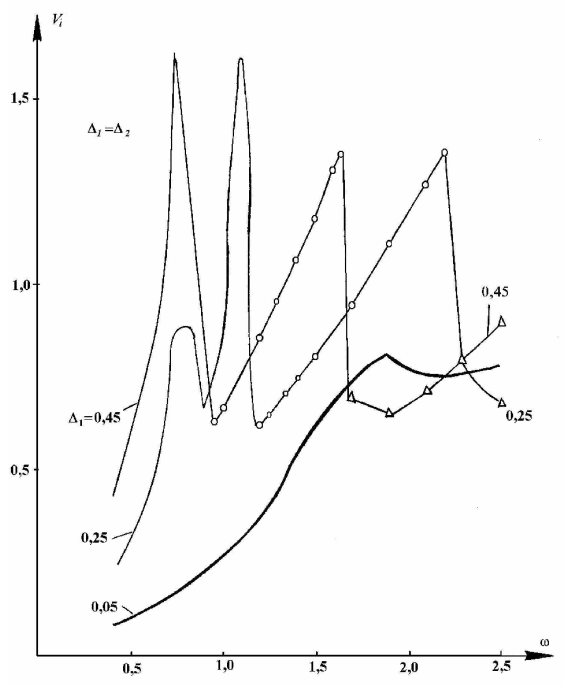


Рис. 8.

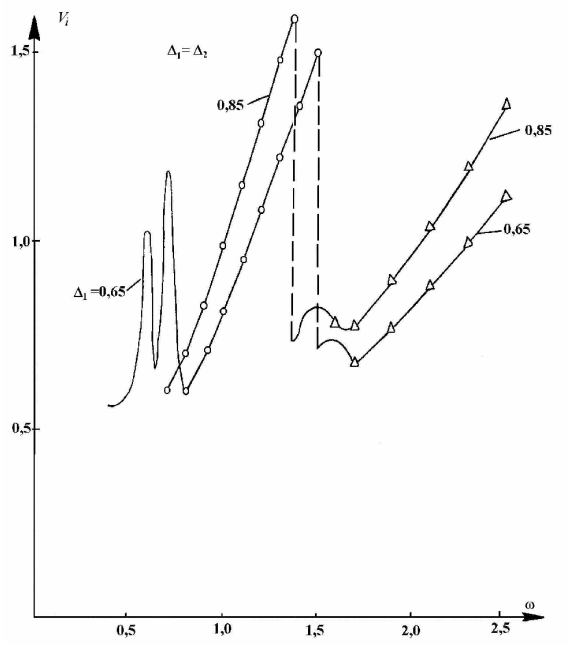


Рис. 9.

Нетрудно видеть, что характеристики $V_i(\omega)$ для каждой группы режимов имеют резонансный вид - среднее значение скорости удара быстро нарастает при приближении

частоты возбуждения ω к некоторому резонансному значению. При проходе такого виброударного «резонанса» наблюдается срыв установившегося режима движения с переходом к режиму другого типа; зачастую такой переход сопровождается интервалом непериодических движений. В результате срыва режима с изменение его установившейся кинематической структуры рассматриваемая характеристика претерпевает разрыв.

Выше анализ динамических свойств двухмассовой системы проводился путем построения сечений для области

$$\begin{cases} \alpha_1 \in (0,05;0,85); \quad \alpha_4 \in (0,05;0,85); \quad \alpha_7 \in (-1,7;1,7); \\ \alpha_2 \in (0,05;0,85); \quad \alpha_5 \in (0,05;0,85); \quad \alpha_8 \in (-1,7;1,7); \\ \alpha_3 \in (0,05;0,85); \quad \alpha_6 \in (0,05;0,85); \quad \alpha_9 \in (0,7;2,4). \end{cases}$$

пространства параметров по частоте ω при фиксированных значениях всех параметров, за исключением величин зазоров Δ_1, Δ_2. Очевидно, что проводить аналогичное исследование для каждого из параметров рассматриваемой системы не представляется возможным в силу высокой размерности пространства параметров. Поэтому дальнейшее исследование с учетом найденных выше качественных закономерностей целесообразно проводить методом планируемого вычислительного эксперимента, основные принципы которого изложены в работах [6-9].

Литература

1. Статников И.Н., Фирсов Г.И. Использование ПЛП-поиска в задачах исследования виброударных систем // Динамика виброударных (сильно нелинейных) систем. XV симпозиум (Москва - Звенигород, 17-23 сентября 2006г.). Сб. трудов. - М.: ИМАШ РАН, 2006. - С.290-295.

2. Динамика конструкций гидроаэроупругих систем / Фролов К.В., Махутов Н.А., Каплунов С.М. и др.); отв. ред. Каплунов С.М., Смирнов Л.В. – М.: Наука, 2002. – 397 с.

3. Махутов Н.А., Каплунов С.М., Прусс Л.В. Вибрация и долговечность судового энергетического оборудования. - Л.: Судостроение, 1985. - 302 с.

4. Кобринский А.А., Кобринский А.Е. Двумерные виброударные системы. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1981. – 336 с.

5. Каплунов С.М., Кобринский А.А., Статников И.Н. К анализу двумерных виброударных колебаний для многопролетных труб теплообменных аппаратов // Нелинейные колебания механических систем. Ч. 2. – Горький: Изд. ГГУ, 1987. – С.91-93.

6. Статников И.Н., Фирсов Г.И. ПЛП-поиск - эвристический метод решения прикладных задач оптимизации // Практика применения научного программного обеспечения в образовании и научных исследованиях. - СПб.: СПбГПУ, 2003. - С. 54-67.

7. Статников И.Н., Андреенков Е.В. ПЛП-поиск - эвристический метод решения задач математического программирования. - М.: Изд-во МГУДТ, 2006. - 140 с.

8. Статников И.Н., Фирсов Г.И. Эвристические возможности ПЛП-поиска при проектировании динамических систем // Обозрение прикладной и промышленной математики. - 2008. - Т.15, вып. 3. - С.930-931.

9. Статников И.Н., Фирсов Г.И. ПЛП-поиск – эвристический метод отыскания рациональных решений в задачах проектирования динамических систем // Проблемы машиноведения. Сборник трудов конференции (Москва, 12-14 октября 2008 г.) - М.: ИМАШ РАН, 2008. - С. 502-506.

Поступила: 14.08.09.