УДК 532.517.4: 536.24

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛООБМЕНА В ПЛОСКИХ КАНАЛАХ, А ТАКЖЕ В КРУГЛЫХ ТРУБАХ С ШЕРОХОВАТЫМИ СТЕНКАМИ ПРИ СИММЕТРИЧНОМ ТЕПЛОВОМ НАГРУЖЕНИИ

© Лобанов Игорь Евгеньевич
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования "Московский Авиационный Институт (Национальный исследовательский университет)" МАИ, Москва, Россия
lloobbaannooff@live.ru

Аннотация. *В статье разработана методика теоретического расчётного детерминирования теплообмена для плоских шероховатых каналов и круглых труб с шероховатыми стенками на основе принципа суперпозиции полной вязкости в турбулентном пограничном слое, преимущественно отличающаяся от существующих теорий. Анализ полученных расчётных значений теплообмена и гидросопротивления для плоских шероховатых каналов и круглых шероховатых труб показывает, что повышение теплообмена всегда меньше, чем соответствующее повышение гидравлического сопротивления, что является недостатком по сравнению с каналами с турбулизаторами при прочих равных условиях. Полученные результаты расчёта теплообмена для каналов с шероховатыми стенками для расширенного диапазона определяющих параметров, существенным образом отличающиеся от соответствующих данных для каналов с турбулизаторами, определяют уровень интенсификации теплообмена.*

Ключевые слова: *многослойная модель, плоский канал, круглая труба, шероховатость, турбулизатор, моделирование, теплообмен, турбулентный, интенсификация; обогрев; подвод теплоты; симметричный.*

MATHEMATICAL MODELING OF HEAT EXCHANGE IN FLAT CHANNELS, AND ALSO IN ROUND TUBES WITH RETURNED WALLS WITH SYMMETRIC THERMAL LOADING

© I.E. Lobanow
Moscow Aviation Institute, Moscow, Russia

Abstract*. In the article the technique of theoretical calculation determinacy heat for flat rough channels and round pipes with rough walls on the basis of the principle of superposition full viscosity in a turbulent boundary layer, preferably different from existing theories. Analysis of the calculated values of heat transfer and hydraulic resistance for flat and round channels rough pipes shows that the increase in heat transfer is always smaller than the corresponding increase in flow resistance, which is a disadvantage in comparison with the channels with turbulence, ceteris paribus. The results of calculation of heat exchange channels with the rough walls of the extended range of governing parameters significantly differ from the corresponding data for the channels with turbulence, determine the level of heat exchange.*

Key words: *multi-layer model; flat channel; round tube; roughness; energizer; modeling; heat exchange; turbulent; intensification; heating; supply of heat; symmetric.*

Введение

Исследование закономерностей теплообмена в каналах с шероховатыми стенками может быть признано актуальным, поскольку использование шероховатых поверхностей является одним из методов интенсификации теплообмена.

Закономерности для теплообмена, например, в прямых круглых шероховатых трубах существенно отличаются от закономерностей теплообмена для труб с турбулизаторами, на что указывали как экспериментальные [1], так и теоретические [2—6] исследования. Теоретические исследования теплообмена в шероховатых каналах, как экспериментальные, так и теоретические имеют в своей основе применение логарифмического профиля скорости, что упрощают математическую модель, особенно для большой относительной шероховатости.

Теплообмен в каналах с большой шероховатостью могут иметь место в узких каналах — аналогия с условиями для труб с турбулизаторами малых диаметров [7].

Теоретические исследования интенсифицированного теплообмена в каналах с шероховатыми стенками относительно невелики [8—10]. Их анализ указывает на то, что теории теплообмена не выходят из рамок логарифмического профиля скорости.

Данная теория позволила получить более сложные, чем существующие, закономерности для числа Нуссельта для плоских шероховатых каналов с симметричным тепловым нагружением и круглых шероховатых труб, поэтому они более обоснованы, более точны и могут использоваться для более широкого диапазона определяющих параметров — аналогия с исследованиями теплообмена для круглых труб с турбулизаторами [2—6] и для плоских каналов с турбулизаторами [19—24], где имеют место более сложные, чем основанные на логарифмическом профиле скорости, математические решения относительно числа Нуссельта.

1. Математическая модель теплообмена

Расчёт теплообмена для условий течения теплоносителя в прямых круглых трубах с шероховатыми стенками проводится на основе полученных в работе автора результатов расчёта гидравлического сопротивления в прямых круглых шероховатых трубах [25] для этих условий, поскольку стратификация потока зависит от гидросопротивления.

Для плоских каналов с шероховатыми поверхностями при изотермическом течении гидравлическое сопротивление может быть детерминировано посредством использования эквивалентного диаметра, что позволяет свести к сходному с круглой трубой виду определяющих уравнений и стратификации турбулентного пограничного слоя [25].

Косвенным подтверждением вышесказанного может служить предельный переход для плоского канала в формуле для гидравлического сопротивления кольцевого канала при $r_1/r_2 \to 1$ (r_1 и r_2 — внутренний и внешний радиусы кольцевого канала соответственно), приведённой в [28]:

$$\frac{\xi_{\text{КОЛЬЦЕВОЙ}}}{\xi_{\text{ТРУБА}}} = \left(\frac{1 - r_1/r_2}{1 + \dfrac{1 - (r_1/r_2)^2}{\ln(r_1/r_2)^2}} \right)^{\frac{5}{4}}. \qquad (1)$$

Определим коэффициент гидравлического сопротивления для плоского канала как:

$$\frac{\xi_{\text{ПЛОСКИЙ}}}{\xi_{\text{ТРУБА}}} = \lim_{r_1/r_2 \to 1}\left(\frac{\xi_{\text{КОЛЬЦЕВОЙ}}}{\xi_{\text{ТРУБА}}}\right). \qquad (2)$$

В предельном переходе имеет место неопределённость, поэтому получим значение предела с помощью метода Лопиталя—Бернулли:

$$\frac{\xi_{\text{ПЛОСКИЙ}}}{\xi_{\text{ТРУБА}}} = \lim_{r_1/r_2 \to 1}\left(\frac{1-r_1/r_2}{1+\dfrac{1-(r_1/r_2)^2}{\ln(r_1/r_2)^2}}\right)^{\frac{5}{4}} = \lim_{r_1/r_2 \to 1}\left(\frac{\ln(r_1/r_2)^2-(r_1/r_2)\ln(r_1/r_2)^2}{\ln(r_1/r_2)^2+1-(r_1/r_2)^2}\right)^{\frac{5}{4}} =$$

$$= \lim_{r_1/r_2 \to 1}\left(\frac{\dfrac{d}{d(r_1/r_2)}\ln(r_1/r_2)^2-\dfrac{d}{d(r_1/r_2)}(r_1/r_2)\ln(r_1/r_2)^2}{\dfrac{d}{d(r_1/r_2)}\ln(r_1/r_2)^2+\dfrac{d}{d(r_1/r_2)}\left(1-(r_1/r_2)^2\right)}\right)^{\frac{5}{4}} = \lim_{r_1/r_2 \to 1}\left(\frac{\dfrac{2}{(r_1/r_2)}-\left(\ln(r_1/r_2)^2+2\right)}{\dfrac{2}{(r_1/r_2)}-2(r_1/r_2)}\right)^{\frac{5}{4}} =$$

$$= \lim_{r_1/r_2 \to 1}\left(\frac{\dfrac{d}{d(r_1/r_2)}\left(\dfrac{2}{(r_1/r_2)}-\left(\ln(r_1/r_2)^2+2\right)\right)}{\dfrac{d}{d(r_1/r_2)}\left(\dfrac{2}{(r_1/r_2)}-2(r_1/r_2)\right)}\right)^{\frac{5}{4}} = \lim_{r_1/r_2 \to 1}\left(\frac{-\dfrac{2}{(r_1/r_2)^2}-\dfrac{2}{(r_1/r_2)}}{-\dfrac{2}{(r_1/r_2)^2}-2}\right)^{\frac{5}{4}} =$$

$$= \lim_{r_1/r_2 \to 1}\left(\frac{-2-2}{-2-2}\right)^{\frac{5}{4}} = 1. \qquad (3)$$

Последний результат полностью подтверждается расчётными и измеренными данными разных авторов, приведёнными в [28], для коэффициента сопротивления трения кольцевых и плоских каналов.

Теплообмен при течении теплоносителей с постоянными теплофизическими свойствами для условий интенсифицированного теплообмена в плоских каналах и прямых круглых трубах с шероховатыми стенками моделируется многослойной схемой турбулентного пограничного слоя на основании того, что величина турбулентной вязкости и профили скоростей турбулентного пограничного слоя уже детерминированы при моделировании гидравлического сопротивления для этих условий [25].

Подобная схема расчёта интенсифицированного теплообмена была использована в работах [2—6] для расчёта теплообмена в трубах с турбулизаторами, а также в плоских каналах с турбулизаторами [19—23], что позволяет в дальнейшем её использовать при расчёте теплообмена в трубах с шероховатыми стенками при соблюдении соответствующих ограничений [2—6], поскольку условия протекания процесса теплообмена сходны.

Решение задачи об интенсифицированном теплообмене (числе Нуссельта Nu) в плоском канале с шероховатыми стенками в данной работе получим с помощью соответствующего интеграла для плоского канала при симметричном обогреве [17, 18]:

$$\mathrm{Nu} = \frac{1}{\int\limits_0^1 \frac{\left(\int\limits_0^R \frac{w_x}{\overline{w}_x} dR\right)^2}{1+\frac{\mathrm{Pr}}{\mathrm{Pr}_T}\frac{\nu_T}{\nu}} dR - \frac{1}{2}\int\limits_0^1 \frac{\int\limits_0^R \frac{w_x}{\overline{w}_x} dR}{1+\frac{\mathrm{Pr}}{\mathrm{Pr}_T}\frac{\nu_T}{\nu}} dR}, \quad (4)$$

где $\frac{\mathrm{Pr}}{\mathrm{Pr}_T}, \frac{\nu_T}{\nu}$ — отношение молекулярного и турбулентного чисел Прандтля, кинематических турбулентной и молекулярной вязкости соответственно; $R=r/(H/2)$ — безразмерная координата плоского канала (отношение поперечной координаты для плоского канала r к половине ширины плоского канала H).

При принятии допущения $\frac{w}{\overline{w}_x} \cong 1$, которое, как показывают теоретические исследования [2—6; 19—24] для каналов некруглого поперечного сечения с турбулизаторами, незначительно влияет на осреднённый интенсифицированный теплообмен, получим:

$$\mathrm{Nu} = \frac{1}{\int\limits_0^1 \frac{R^2}{1+\frac{\mathrm{Pr}}{\mathrm{Pr}_T}\frac{\nu_T}{\nu}} dR - \frac{1}{2}\int\limits_0^1 \frac{R}{1+\frac{\mathrm{Pr}}{\mathrm{Pr}_T}\frac{\nu_T}{\nu}} dR}, \quad (5)$$

Как видно из (5), решение для симметрично обогреваемого плоского канала отличается от "интеграла Лайона для плоского канала" [17, 18]:

$$\mathrm{Nu} = \frac{2}{\int\limits_0^1 \frac{R^2}{1+\frac{\mathrm{Pr}}{\mathrm{Pr}_T}\frac{\nu_T}{\nu}} dR}. \quad (6)$$

Решение задачи об интенсифицированном теплообмене в круглой трубе с шероховатыми стенками в данной работе получим с помощью "интеграла Лайона" при принятии допущения $\frac{w}{\overline{w}_x} \cong 1$, которое, как показывают теоретические исследования [2—6] для круглых труб с турбулизаторами, незначительно влияет на осреднённый интенсифицированный теплообмен:

$$\mathrm{Nu} = \frac{2}{\int\limits_0^1 \frac{R^3}{1+\frac{\mathrm{Pr}}{\mathrm{Pr}_T}\frac{\nu_T}{\nu}} dR}, \quad (7)$$

где $R=r/R_0$— безразмерный радиус трубы (отношение расстояния от оси трубы r к радиусу трубы R_0).

Для получения решения относительно теплообмена, как для плоского канала с симметричным обогревом, так и круглой трубы с шероховатыми поверхностями, следует перейти к непосредственному рассмотрению параметров каждого из подслоёв, поскольку они будут сходны при выбранных безразмерных координатах. Следует повториться, что для плоских каналов с шероховатыми поверхностями используется эквивалентный диаметр канала. Непосредственно безразмерные параметры будут выглядеть следующим образом.

I. Вязкий (ламинарный) подслой.

Вязкий подслой располагается в следующей окрестности: $R \in \left[1-\frac{\eta_1}{\mathrm{Re}}\sqrt{\frac{32}{\xi}};\ 1\right]$, η_1=5 — постоянная, характеризующая безразмерную толщину вязкого подслоя [14], ξ — коэффициент сопротивления трению; Re — число Рейнольдса по эквивалентному диаметру канала.

В области вязкого подслоя принимается, что [2—6, 14]:

$$\frac{\nu_T}{\nu}=\beta\frac{\eta^3}{\eta_1^2}=\frac{\beta}{\eta_1^2}\mathrm{Re}^3(1-R)^3\left(\frac{\xi}{32}\right)^{\frac{3}{2}}; \qquad (8)$$

где ν_T/ν — отношение турбулентной и молекулярной кинематических вязкостей;

$\eta=(1-R)\mathrm{Re}\sqrt{\frac{\xi}{32}}$ — безразмерная координата (модифицированное число Рейнольдса); β — постоянная в законе "третьей степени" ("степенном законе"): $\frac{\nu_T}{\nu}=\frac{\beta}{\eta_1^2}\eta^3$ [14].

II. Буферный промежуточный подслой.

Промежуточный подслой располагается в следующей окрестности:

$$R \in \left[1-\frac{\eta_2}{\mathrm{Re}}\sqrt{\frac{32}{\xi}};\ 1-\frac{\eta_1}{\mathrm{Re}}\sqrt{\frac{32}{\xi}}\right],\ \text{где}\ \eta_2=30\ [14].$$

В области промежуточного подслоя принимается, что [2—6, 14]:

$$\frac{\nu_T}{\nu}=\frac{\eta}{5}-1=\frac{\mathrm{Re}}{5}(1-R)\sqrt{\frac{\xi}{32}}-1. \qquad (9)$$

III. Турбулентное ядро потока.

Турбулентное ядро потока располагается в следующей окрестности: $R \in \left[0;1-\frac{\eta_2}{\mathrm{Re}}\sqrt{\frac{32}{\xi}}\right]$.

В области турбулентного ядра принимается, что [2—6, 14]:

$$\frac{\nu_T}{\nu}=\frac{\Sigma_i\nu_i}{\nu}=1+\frac{\mathrm{Re}}{4}\sqrt{\frac{\xi}{2}}a\left(\bar{y}+\bar{h}-2\bar{\delta}\right)\sqrt{(1-\bar{y})(1-k_0^2\bar{y})}, \qquad (10)$$

$\overline{y}$ — относительная поперечная координата $\left(\overline{y}=\frac{y}{R_0}\right)$; $\overline{\delta}=\frac{\delta_0}{R_0}=\delta\frac{4}{\mathbf{Re}}\sqrt{\frac{2}{\xi}}$ (δ_0 — граница вязкого подслоя); δ — константа [11—13].

Учитывая, что $R=1-\overline{y}$ или $\overline{y}=1-R$, после преобразований получим:

$$\frac{\nu_T}{\nu}=\frac{\Sigma_i\nu_i}{\nu}=1+\frac{\mathbf{Re}}{4}\sqrt{\frac{\xi}{2}}a\left(1-R+\overline{h}-\delta\frac{8}{\mathbf{Re}}\sqrt{\frac{2}{\xi}}\right)\sqrt{R\left(1-k_0^2(1-R)\right)}, \quad (11)$$

где $a=0{,}39$ и $k_0=0{,}97$ — постоянные [11—13].

Если дисперсия средних значений высот выступов шероховатости $\overline{\sigma}$ отлична от нуля и при нормальном законе распределения высот шероховатости, то формула для турбулентной кинематической вязкости в круглой шероховатой трубе будет выглядеть следующим образом:

$$\frac{\nu_T}{\nu}=\frac{\Sigma_i\nu_i}{\nu}= \quad (12)$$

$$=1+\frac{\mathbf{Re}}{4}\sqrt{\frac{\xi}{2}}a\left[1-R+\overline{h}-\delta\frac{8}{\mathbf{Re}}\sqrt{\frac{2}{\xi}}+\overline{\sigma}\sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\delta\frac{4}{\mathbf{Re}}\sqrt{\frac{2}{\xi}}-\overline{h}}{\overline{\sigma}}\right)^2\right]}{1-\mathrm{erf}\left[\frac{\delta\frac{4}{\mathbf{Re}}\sqrt{\frac{2}{\xi}}-\overline{h}}{\sqrt{2}\overline{\sigma}}\right]}\right]\sqrt{R\left(1-k_0^2(1-R)\right)}.$$

В дальнейшем необходимо провести расчёты теплообмена для плоских каналов с симметричным обогревом и круглых труб с шероховатыми стенками по полученной в исследовании методике с использованием формул (5) и (7) совместно с соотношениями для подслоёв (9), (10), (11) для различных относительных высот шероховатости и чисел Рейнольдса по эквивалентному диаметру канала.

Для сравнения необходимо привести расчётные значения относительного теплообмена $Nu/Nu_{гл}$ ($Nu_{гл}$ — число Нуссельта для гладких труб, полученное по формуле Диттуса—Боэлтера [14]) при прочих равных условиях (равные числа Рейнольдса по эквивалентному диаметру канала).

В табл. 1 приведены расчётные данные для теплообмена в плоских каналах с симметричным обогревом с шероховатыми поверхностями и в прямых круглых шероховатых трубах, полученные из решения по сгенерированной теории для относительных высот турбулизаторов $h/R_0=1/70=1{,}43\cdot10^{-2}$ и $h/R_0=1/50=2\cdot10^{-2}$, для которых ранее были рассчитаны гидравлические сопротивления (для сравнения здесь же приведены соответствующие значения теплообмена для гладких труб по формуле Диттуса—Боэлтера).

Из представленных данных видно, что увеличение теплообмена в круглых трубах вследствие шероховатости происходит определенно меньше, чем увеличение гидравлического сопротивления, что особенно заметно при больших числах Рейнольдса и больших относительных высотах шероховатости. Если сравнить представленные результаты

Таблица 1. Теплообмен на воздухе в плоских каналах с шероховатыми стенками с симметричным обогревом (нижние значения), а также в круглых шероховатых трубах (верхние значения), рассчитанный по формулам (5), (7)—(12) для относительных высот турбулизаторов $h/R_0=1/70$ и $h/R_0=1/50$.

$h/R_0\downarrow$	Nu ↓	Re → $4\cdot10^4$	$6\cdot10^4$	$8\cdot10^4$	10^5	10^6	10^7
	формула Диттуса—Боэлтера	96,90	134,02	168,71	201,68	1272,51	8028,99
1/70= $=1,43\cdot10^{-2}$	теоретическое решение	113,98 122,28	167,05 178,74	219,58 234,62	271,87 290,23	2509,00 2669,30	22124,58 23529,36
	$Nu/Nu_{ГЛ}$	1,18 1,27	1,25 1,33	1,30 1,39	1,35 1,44	1,97 2,10	2,76 2,93
1/50= $=2,00\cdot10^{-2}$	теоретическое решение	124,04 133,11	181,74 194,61	239,12 255,76	296,40 316,81	2705,26 2883,76	27015,57 28789,93
	$Nu/Nu_{ГЛ}$	1,28 1,37	1,36 1,45	1,42 1,52	1,47 1,57	2,13 2,27	3,36 3,59

для теплообмена в шероховатых трубах при $h/R_0=0,02$ с теплообменом в трубах с турбулизаторами ($d/D=0,98$) из [1] при прочих равных условиях, то можно сказать следующее: при средних числах Рейнольдса ($Re=4\cdot10^4$) теплообмен в шероховатых трубах приблизительно равен теплообмену в трубах с турбулизаторами с большими относительными шагов между турбулизаторами ($Nu/Nu_{ГЛ}=1,60$; 1,45; 1,30 для $t/D=0,25$; 0,50; 1,00 соответственно) при увеличении числа Рейнольдса до $Re=10^5$ теплообмен в шероховатых трубах приближается к теплообмену в трубах с турбулизаторами со средними относительными шагами между ними ($Nu/Nu_{ГЛ}=1,62$; 1,48; 1,34 для $t/D=0,25$; 0,50; 1,00 соответственно).

Из табл. 1 также видно, что теплообмен в плоских каналах с симметричным обогревом с шероховатыми стенками для этих условий, рассчитанный по интегральному соотношению (5),больше примерно на (6,2÷7,6)%, чем в шероховатых трубах при прочих равных условиях,в то время как для гладких каналов вышеуказанное увеличение общеизвестно и составляет для воздуха при $Re=5\cdot10^3\div5\cdot10^5$ — (6,1÷3,5)% [1, 14, 17, 18, 26, 27].

Можно сделать вывод о том, что увеличение теплообмена в круглых трубах вследствие шероховатости происходит ощутимо меньше, чем увеличение гидравлического сопротивления, особенно при увеличении числа Рейнольдса и относительной высоты шероховатости, который останется справедливым и для гораздо более широкого диапазона высот шероховатости. Вышесказанное подтверждают данные по теплообмену на воздухе при $Re=10^4\div10^6$ для круглых шероховатых труб с $h/R_0=1/15$; 1/30,6; 1/60; 1/126; 1/252; 1/507, приведённые в табл. 2, в сравнении с соответствующими данными по гидравлическому сопротивлению ($(Nu/Nu_{ГЛ})/(\xi/\xi_{ГЛ})=0,58\div0,84$). В этой же таблице приводятся соответствующие данные и для плоских шероховатых каналов с симметричным тепловым нагружением, для которых соотношение между теплообменом и гидросопротивлением повышенные по отношению к круглой трубе ($(Nu/Nu_{ГЛ})/(\xi/\xi_{ГЛ})=0,63\div0,91$).

Соответствующие данные для условий табл. 1 составили $(Nu/Nu_{ГЛ})/(\xi/\xi_{ГЛ})=0,64\div0,81$, а для для условий табл. 1 для плоских каналов с симметричным тепловым нагружением составили $(Nu/Nu_{ГЛ})/(\xi/\xi_{ГЛ})=0,68\div0,87$, что на (4÷6)% больше, чем для аналогичных данных для шероховатых труб.

Теплообмен в плоских каналах с шероховатыми поверхностями с симметричным тепловым нагружением при прочих равных условиях для$h/R_0=1/15$; 1/30,6; 1/60; 1/126; 1/252; 1/507 увеличивается по отношению к круглым трубам с шероховатыми стенками на (4,8÷11,7)% (табл. 2), что также больше, чем аналогичное значение увеличения для гладких плоских каналов.

Таблица 2. Теплообмен в плоских каналах с шероховатыми стенками с симметричным обогревом (нижние значения) и в круглых шероховатых трубах (верхние значения) на воздухе в зависимости от числа Рейнольдса, рассчитанный теоретически на основании решений (5), (7)—(12) для широкого диапазона относительных высот турбулизаторов.

h/R_0	Nu $Nu/Nu_{ГЛ}$	Re										
		10^4	$1{,}58\cdot10^4$	$2{,}51\cdot10^4$	$3{,}98\cdot10^4$	$6{,}31\cdot10^4$	10^5	$1{,}58\cdot10^5$	$2{,}51\cdot10^5$	$3{,}98\cdot10^5$	$6{,}31\cdot10^5$	10^6
$1{,}97\times10^{-5}$	абсолютное	—	—	—	—	—	—	—	434,01 482,51	650,97 707,80	1020,08 1075,31	1599,58 1684,51
	относительное	—	—	—	—	—	—	—	1,03 1,15	1,07 1,16	1,16 1,22	1,26 1,32
$3{,}97\times10^{-5}$	абсолютное	—	—	—	—	—	—	310,79 336,02	485,95 514,85	759,90 803,94	1191,49 1259,37	1873,53 1978,98
	относительное	—	—	—	—	—	—	1,07 1,15	1,15 1,22	1,25 1,32	1,35 1,43	1,47 1,56
$7{,}94\times10^{-5}$	абсолютное	—	—	—	—	—	235,27 250,72	366,26 389,55	572,24 607,83	897,44 952,41	1411,90 1497,51	2221,23 2354,99
	относительное	—	—	—	—	—	1,17 1,24	1,26 1,34	1,36 1,44	1,47 1,56	1,60 1,70	1,75 1,85
$1{,}67\times10^{-2}$	абсолютное	—	—	—	117,99 126,59	182,05 194,81	282,71 301,97	441,59 471,10	692,91 738,63	1090,78 1162,16	1681,95 1791,41	2595,86 2764,23
	относительное	—	—	—	1,22 1,31	1,30 1,40	1,40 1,50	1,51 1,62	1,64 1,75	1,79 1,91	1,91 2,03	2,04 2,17
$3{,}27\times10^{-2}$	абсолютное	—	60,10 64,99	91,13 98,13	139,79 150,23	216,55 232,14	337,90 361,80	530,05 567,11	823,39 880,52	1271,93 1359,78	1957,73 2092,56	3040,21 3249,17
	относительное	—	1,30 1,41	1,36 1,47	1,45 1,56	1,55 1,66	1,68 1,79	1,82 1,95	1,95 2,09	2,09 2,23	2,22 2,38	2,39 2,55
$6{,}67\times10^{-2}$	абсолютное	47,66 51,67	71,33 76,98	108,93 117,22	168,27 180,76	262,22 281,94	408,52 438,04	631,68 677,03	978,02 1047,94	1515,52 1623,59	2350,09 2517,40	3646,15 3905,46
	относительное	1,49 1,62	1,54 1,67	1,63 1,76	1,74 1,87	1,88 2,02	2,03 2,17	2,17 2,32	2,32 2,49	2,49 2,67	2,67 2,86	2,87 3,07
0	Диттус—Боэлтер	31,96	46,20	66,78	96,53	139,53	201,68	291,51	421,37	609,06	880,36	1272,51

В дальнейшем необходимо провести расчёты теплообмена для плоских каналов с шероховатыми поверхностями при симметричном тепловом нагружении и шероховатых труб, полученные по зависимостям (5), (7)—(12), для очень больших значений относительных высот шероховатости: h/R_0=0,15÷0,30.

В табл. 3 приведены расчётные значения теплообмена на воздухе для плоских каналов с симметричным обогревом и круглых труб с шероховатыми поверхностями для очень больших относительных высот шероховатости (h/R_0=0,15÷0,30) для характерного диапазона чисел Рейнольдса (Re=10^4÷10^6), при расчёте которого были использованы значения гидравлического сопротивления по [25]; для сравнения приведены соответствующие значения теплообмена на воздухе для гладкой трубы $Nu_{ГЛ}$ (h/R_0=0).

Из табл. 3 видно, что теплообмен в шероховатых трубах на воздухе для больших высот шероховатости увеличивается при малых числах Рейнольдса примерно с 1,8 до 2,1 раз по сравнению с гладкой трубой при увеличении относительной высоты шероховатости с h/R_0=0,15 до h/R_0=0,30, для средних чисел Рейнольдса это увеличение составляет уже примерно 2,5 и 2,9 раз соответственно, для больших — с 3,6 до 4,2 раз.

При увеличении числа Рейнольдса с 10^4 до 10^6 теплообмен в шероховатых трубах на воздухе по сравнению с гладкой трубой увеличивается примерно в 2,0 раза для всего рассматриваемого диапазона относительных высот шероховатостей; при увеличении очень большой относительной высоты шероховатости в два раза (с h/R_0=0,15 до h/R_0=0,30) соответствующее увеличение относительного гидравлического сопротивления составляет примерно 1,15÷1,19 раз, т.е. несколько меньше, чем соответствующее повышение гидравлического сопротивления.

Таблица 3. Теплообмен (число Нуссельта) на воздухе в плоских каналах с симметричным обогревом с шероховатыми стенками (нижние значения) и в круглых шероховатых трубах (верхние значения), рассчитанный теоретически на основании решений (5), (7)—(12) для очень больших относительных высот шероховатости (h/R_0=0,15÷0,30) в зависимости от числа Рейнольдса.

h/R_0	Re				
	10^4	$5\cdot10^4$	10^5	$5\cdot10^5$	10^6
0,15	57,01 61,38	255,79 273,81	495,62 530,16	2320,26 2480,70	4521,46 4833,81
0,20	60,52 64,93	272,55 290,99	529,10 564,61	2494,82 2670,05	4873,51 5198,06
0,25	63,26 67,65	285,81 304,50	556,11 591,92	2634,74 2803,38	5156,57 5486,39
0,30	65,48 69,81	296,68 315,12	578,30 614,00	2750,43 2919,30	5391,79 5722,62
0	31,96	115,83	201,68	730,86	1272,51

Теплообмен в плоских каналах с шероховатыми поверхностями с симметричным тепловым нагружением при прочих равных условиях для очень больших относительных высот шероховатости (h/R_0=0,15÷0,30) увеличивается по отношению к круглым шероховатым трубам на (6,1÷7,7)%. Следовательно, как увеличение относительной высоты шероховатости, так и увеличение числа Рейнольдса вызывает существенное повышение теплообмена в круглых шероховатых трубах на воздухе по отношению к гладким трубам. Для плоских каналов с шероховатыми стенками при симметричном обогреве соответствующее увеличение теплоотдачи ещё более существенно, чем для круглых шероховатых труб.

При очень высоких относительных высотах шероховатости увеличение теплообмена в плоских каналах с шероховатыми стенками с симметричным обогревом и в шероховатых трубах сопровождается гораздо большим увеличением гидравлического сопротивления, чем для меньших относительных высотах шероховатости, особенно с ростом числа Рейнольдса.

Далее необходимо провести сравнительный анализ расчётных значений теплообмена на воздухе, полученных по разработанной в данной работе методике, основанной на зависимостях (5), (7)—(12), для плоских каналов с шероховатыми стенками при симметричном тепловом нагружении, для шероховатых труб и для труб с турбулизаторами при прочих равных условиях (равенство относительных высот шероховатости и турбулизаторов, чисел Рейнольдса).

С этой целью в табл. 4 приведены для удобства значения относительного теплообмена $Nu/Nu_{гл}$для плоских каналов с шероховатыми стенками при симметричном обогреве, круглых шероховатых труб на воздухе, рассчитанных как по разработанной в исследовании теории, которые сравниваются с экспериментальными данными для труб с периодическими поперечно расположенными турбулизаторами потока в круглых трубах [1] при условии h/R_0 = *idem* и Re = *idem* (h/R_0=0,01÷0,13; t/D=0,25÷1,00; Re=10^4÷$2\cdot10^5$).

Сравнение полученных расчётных данных по теплообмену на воздухе в шероховатых трубах и трубах с турбулизаторами при прочих равных условиях, представленное в табл. 4 показывает, что при малых относительных высотах шероховатости (h/R_0=1/100) теплообмен в шероховатых трубах при небольших числах Рейнольдса немного меньше, чем в трубах с турбулизаторами с большими относительными шагами, при увеличении числа Рейнольдса теплообмен приближается к теплообмену в трубах с турбулизаторами средних и малых относительных шагов соответственно; а при больших числах Рейнольдса теплообмен в шероховатых трубах примерно на 15% больше чем в трубах с турбулизаторами.

При средних относительных высотах шероховатости (h/R_0=1/20) значения теплообмена в

шероховатых трубах находится между значениями теплообмена в трубах с турбулизаторами с большим (t/D=1) и средним (t/D=1/2)относительным шагом при небольших и средних числах Рейнольдса; при больших числах Рейнольдса теплообмен в шероховатых трубах приблизительно соответствует теплообмену в трубах с турбулизаторами со средним относительным шагом.

Таблица 4. Сравнительный анализ значений относительного теплообмена на воздухе $Nu/Nu_{ГЛ}$ для плоских каналов с симметричным обогревом с шероховатыми стенками (нижние значения) и круглых шероховатых труб (верхние значения), рассчитанных по разработанной теории с экспериментальными данными [1] для труб с периодическими поперечно расположенными турбулизаторами в круглых трубах для h/R_0=0,01÷0,13; t/D=0,25÷1,00; $Re=10^4 \div 4 \cdot 10^5$.

h/R_0	t/D	$\frac{Nu}{Nu_{гл}}$	Re								
			10^4	$2 \cdot 10^4$	$4 \cdot 10^4$	10^5	$2 \cdot 10^5$	$4 \cdot 10^5$	10^6	10^7	10^9
0,01	0,25	Калинин	1,25	1,30	1,32	1,35	1,37	1,38	—	—	—
	0,50	Калинин	1,23	1,28	1,22	1,25	1,28	1,32	—	—	—
	1,00	Калинин	1,13	1,13	1,15	1,15	1,16	1,12	—	—	—
	—	теория	—	—	1,08 1,19	1,23 1,32	1,38 1,47	1,56 1,66	1,83 1,94	2,54 2,69	5,15 5,47
0,05	0,25	Калинин	2,14	2,20	2,28	2,28	2,37	2,45	—	—	—
	0,50	Калинин	2,05	2,08	2,06	2,12	2,24	2,28	—	—	—
	1,00	Калинин	1,69	1,65	1,73	1,85	1,82	1,75	—	—	—
	—	теория	1,40 1,51	1,48 1,59	1,62 1,74	1,88 2,02	2,09 2,23	2,31 2,48	2,66 2,85	3,79 4,06	7,93 8,49
0,10	0,25	Калинин	2,65	2,80	2,80	2,82	2,88	3,08	—	—	—
	0,50	Калинин	2,54	2,69	2,68	2,67	2,77	2,92	—	—	—
	1,00	Калинин	2,27	2,38	2,35	2,41	2,40	2,47	—	—	—
	—	теория	1,63 1,76	1,75 1,88	1,94 2,08	2,23 2,38	2,48 2,67	2,75 2,94	3,19 3,41	4,61 4,94	9,86 10,56
0,11	0,25	Калинин	2,65	2,85	2,80	2,82	2,92	3,12	—	—	—
	—	теория	1,67 1,80	1,79 1,92	1,99 2,14	2,28 2,44	2,54 2,72	2,83 3,04	3,27 3,50	4,74 5,08	10,17 10,89
0,12	0,50	Калинин	2,28	2,72	2,70	2,70	2,85	3,00	—	—	—
	—	теория	1,70 1,83	1,83 1,97	2,03 2,18	2,33 2,48	2,59 2,78	2,89 3,09	3,35 3,59	4,86 5,20	10,46 11,40
0,13	1,00	Калинин	2,54	2,70	2,66	2,67	2,68	2,74	—	—	—
	—	теория	1,73 1,86	1,86 2,00	2,07 2,22	2,37 2,53	2,64 2,83	2,95 3,15	3,42 3,66	4,98 5,33	10,74 11,49

При больших относительных высотах шероховатости (h/R_0=1/10) теплообмен в шероховатых трубах для небольших и средних числах Рейнольдса несколько меньше, чем для труб с турбулизаторами; при увеличении числа Рейнольдса теплообмен в шероховатых трубах приблизительно равен теплообмену в трубах с турбулизаторами с большим относительным шагом; при больших числах Рейнольдса значение теплообмена в шероховатых трубах находится примерно посередине между значениями теплообмена для труб с турбулизаторами со средним и большим относительным шагом.

Для очень высоких относительных высот шероховатости (h/R_0>1/10) теплообмен в шероховатых трубах при небольших и средних числах Рейнольдса, в среднем, приблизительно наполовину меньше, чем для труб с турбулизаторами; при больших числах Рейнольдса теплообмен в шероховатых трубах приближается к теплообмену в трубах с турбулизаторами и даже немного превосходит его с увеличением значения относительной высоты.

Для плоских каналов с шероховатыми поверхностями при симметричном тепловом нагружении имеет место увеличение теплообмена по сравнению с прямыми круглыми шероховатыми трубами при прочих равных условиях для данного диапазона определяющих параметров примерно на (6÷8)% (табл. 4).

Данные по теплообмену на воздухе для плоских каналов с шероховатыми стенками при

симметричном обогреве и шероховатых труб для очень высоких чисел Рейнольдса **($Re \geq 10^6$)**, привёденные в табл. 4, указывают на то, с увеличением числа Рейнольдса сначала (после $Re>10^6$) происходит довольно небольшое снижение относительного теплообмена—гидросопротивления $(Nu/Nu_{ГЛ})/(\xi/\xi_{ГЛ})$, после чего (ближе к $Re\approx10^9$) оно несколько возрастает, что характерно, например, для т.н. предельного теплообмена третьего рода при турбулентном течении в круглых трубах, но при более низких числах Рейнольдса [2—7, 15, 16, 29].

Относительный теплообмен в шероховатых трубах при очень высоких числах Рейнольдса ($Re=10^6\div10^9$) возрастает при увеличении числа Рейнольдса и при увеличении относительной высоты шероховатости; для плоских каналов с шероховатыми стенками при симметричном тепловом нагружении увеличение теплообмена для этих условий выше приблизительно на (6÷9)%, чем для круглых шероховатых труб (табл. 4).

Выводы

1. Разработана методика теоретического расчётного детерминирования осреднённого теплообмена для плоских каналов с шероховатыми поверхностями с симметричным тепловым нагружением и круглых труб с шероховатыми стенками на основе принципа суперпозиции полной вязкости в турбулентном пограничном слое, преимущественно отличающаяся от существующих теорий; ее необходимо применять при расчёте теплообмена, несмотря на определенно более высокую сложность.

2. Теоретические решения, полученные в данном исследовании, показали, что в увеличение расчётных значений относительного осреднённого теплообмена $Nu/Nu_{ГЛ}$ для плоских шероховатых каналов и шероховатых труб с очень большими значениями относительной шероховатости существенный вклад дает как увеличение относительной высоты шероховатости h/R_0, так и увеличение числа Рейнольдса Re.

3. Сравнительный анализ расчётных значений относительного осреднённого теплообмена в шероховатых трубах с аналогичными экспериментальными значениями для труб с периодическими поперечно расположенными турбулизаторами потока показал, что в шероховатых очень больших относительных высот шероховатости осреднённый теплообмен в шероховатых трубах почти во всех случаях несколько ниже, чем для труб с турбулизаторами при прочих равных условиях и приблизительно равен при больших числах Рейнольдса; для малых, средних и больших относительных высот найдены границы их приблизительного соответствия при прочих равных условиях: чем больше число Рейнольдса Re, тем меньше должен быть относительный шаг между турбулизаторами h/R_0.

4. Главное преимущество решений для осреднённого теплообмена для шероховатых плоских каналов с симметричным тепловым нагружением и круглых труб, полученных по разработанной теории, по сравнению с эмпирическими зависимостями заключается в том, что они позволяют рассчитать теплообмен в шероховатых трубах в случае больших и очень больших относительных высот выступов шероховатости в том числе и для больших чисел Рейнольдса, что характерно, например, для труб малых диаметров и узких плоских каналов.

5. Расчёты по относительному теплообмену—гидросопротивлению для шероховатых плоских каналов с симметричным тепловым нагружением и круглых труб показали, что повышение относительного теплообмена на воздухе вследствие увеличения относительной высоты шероховатости или числа Рейнольдса сопровождается еще более существенным повышением гидравлического сопротивления.

6. Анализ полученных расчётных значений теплообмена—гидросопротивления для плоских шероховатых каналов с симметричным обогревом и круглых шероховатых труб показывает, что повышение теплообмена всегда меньше, чем соответствующее повышение

гидравлического сопротивления, что является недостатком по сравнению с каналами с турбулизаторами при прочих равных условиях.

7. На основании приведённых расчётов по относительному теплообмену—гидросопротивлению для плоских шероховатых каналов с симметричным обогревом и круглых шероховатых труб можно заключить, что они могут иметь преимущество по сравнению с трубами с турбулизаторами с точки зрения вышеуказанного параметра при прочих равных условиях в области высоких значений относительной высоты шероховатости при высоких числах Рейнольдса.

8. Полученные в работе расчётные данные по осреднённому теплообмену показали, что в рассматриваемом диапазоне определяющих параметров для плоских шероховатых каналов с симметричным тепловым нагружением при прочих равных условиях осреднённый теплообмен выше на (4,8÷11,7)% по сравнению с круглыми шероховатыми трубами.

Список литературы

1. Эффективные поверхности теплообмена / Э.К.Калинин, Г.А.Дрейцер, И.З. Копп и др. — М.: Энергоатомиздат, 1998. — 408 с.
2. Лобанов И.Е. Математическое моделирование интенсифицированного теплообмена при турбулентном течении в каналах: Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук. — М., 2005. — 632 с.
3. Лобанов И.Е., Штейн Л.М. Перспективные теплообменные аппараты с интенсифицированным теплообменом для металлургического производства. (Общая теория интенсифицированного теплообмена для теплообменных аппаратов, применяемых в современном металлургическом производстве.) В 4-х томах. Том I. Математическое моделирование интенсифицированного теплообмена при турбулентном течении в каналах с применением основных аналитических и численных методов. — М.: Издательство Ассоциации строительных вузов, 2009. — 405 с.
4. Лобанов И.Е., Штейн Л.М. Перспективные теплообменные аппараты с интенсифицированным теплообменом для металлургического производства. (Общая теория интенсифицированного теплообмена для теплообменных аппаратов, применяемых в современном металлургическом производстве.) В 4-х томах. Том II. Математическое моделирование интенсифицированного теплообмена при турбулентном течении в каналах с применением неосновных аналитических и численных методов. — М.: Издательство Ассоциации строительных вузов, 2010. — 290 с.
5. Лобанов И.Е., Штейн Л.М. Перспективные теплообменные аппараты с интенсифицированным теплообменом для металлургического производства. (Общая теория интенсифицированного теплообмена для теплообменных аппаратов, применяемых в современном металлургическом производстве.) В 4-х томах. Том III. Математическое моделирование интенсифицированного теплообмена при турбулентном течении в каналах с применением многослойных, супермногослойных и компаундных моделей турбулентного пограничного слоя. — М.: МГАКХиС, 2010. — 288 с.
6. Лобанов И.Е., Штейн Л.М. Перспективные теплообменные аппараты с интенсифицированным теплообменом для металлургического производства. (Общая теория интенсифицированного теплообмена для теплообменных аппаратов, применяемых в современном металлургическом производстве). В 4-х томах Том IV. Специальные аспекты математического моделирования гидрогазодинамики, теплообмена, а также теплопередачи в теплообменных аппаратах с интенсифицированным теплообменом. — М.: МГАКХиС, 2011. — 343 с.
7. Лобанов И.Е., Доценко А.И. Математическое моделирование предельного теплообмена

для турбулизированного потока в каналах. — М.: МИКХиС, 2008. — 194 с.
8. Иевлев В.М. Численное моделирование турбулентных течений. — М.: Наука, 1990. — 215 с.
9. Ляхов В.К. Метод относительного соответствия при расчётах турбулентных пристеночных потоков. — Саратов: Издательство Саратовского университета, 1975. — 123 с.
10. Ляхов В.К., Мигалин В.К. Эффект тепловой, или диффузионной, шероховатости. — Саратов: Издательство Саратовского университета, 1989. — 176 с.
11. Миллионщиков М.Д. Турбулентные течения в пограничном слое и в трубах. — М.: Наука, 1969. — 52 с.
12. Миллионщиков М.Д. Турбулентные течения в пристеночном слое и в трубах // Атомная энергия. — 1970. — Т. 28. — Вып. 3. — С. 207—220.
13. Миллионщиков М.Д. Турбулентный тепло- и массообмен в трубах с гладкими и шероховатыми стенками // Атомная энергия. — 1971. — Т. 31. — Вып. 3. — С. 199—204.
14. Кутателадзе С.С. Основы теории теплообмена. — М.: Атомиздат, 1979. — 416 с.
15. Дрейцер Г.А., Лобанов И.Е. Исследование предельной интенсификации теплообмена в трубах за счёт искусственной турбулизации потока // Теплофизика высоких температур. — 2002.— Т. 40. — № 6. — С. 958—963.
16. Дрейцер Г.А., Лобанов И.Е. Предельная интенсификация теплообмена в трубах за счёт искусственной турбулизации потока // Инженерно-физический журнал. — 2003. — Т. 76. — № 1. — С. 46—51.
17. Новиков И.И., Воскресенский К.Д. Прикладная термодинамика и теплопередача. — М.: Госатомиздат, 1961. — 548 с.
18. Новиков И.И., Воскресенский К.Д. Прикладная термодинамика и теплопередача. — М.: Атомиздат, 1977. — 349 с.
19. Лобанов И.Е. Математическое моделирование предельного теплообмена за счёт турбулизации потока при турбулентном течении в плоских каналах с турбулизаторами // Актуальные проблемы российской космонавтики: Материалы XXXIV Академических чтений по космонавтике. Москва, январь 2010 г. / Под общей редакцией А.К.Медведевой. — М.: Комиссия РАН по разработке научного наследия пионеров освоения космического пространства, 2010. — С. 200—202.
20. Лобанов И.Е., Флейтлих Б.Б. Моделирование интенсифицированного теплообмена при турбулентном течении в плоских каналах с периодически поверхностно расположенными турбулизаторами потока на базе семислойной модели турбулентного пограничного слоя // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. — 2011. — № 2 (286). — С. 42—50.
21. Лобанов И.Е., Флейтлих Б.Б. Моделирование интенсифицированного теплообмена при турбулентном течении в плоских каналах с периодически поверхностно расположенными турбулизаторами потока на базе семислойной модели турбулентного пограничного слоя // Проблемы газодинамики и теплообмена в энергетических технологиях: тезисы Международной научной школы (Москва, 5—7 сентября 2011 г.). — М.: Издательский дом МЭИ, 2011. — С. 50—52.
22. Лобанов И.Е. Теория теплообмена при турбулентном течении в плоских каналах с поверхностно расположенными односторонними турбулизаторами потока на базе семислойной модели турбулентного пограничного слоя // Московское научное обозрение. — 2012. — № 4. — Ч. 1. — С. 7—12.
23. Лобанов И.Е. Аналитическое решение задачи об интенсифицированном теплообмене при турбулентном течении в плоских каналах с периодически поверхностно расположенными турбулизаторами потока на базе семислойной модели турбулентного пограничного слоя // Научное обозрение. — 2012. — № 2. — С. 375—387.

24. Лобанов И.Е. Теплообмен при турбулентном течении в плоских каналах с равномерно расположенными поверхностными односторонними турбулизаторами потока // Вестник машиностроения. — 2012. — № 8. — С. 13—17.
25. Лобанов И.Е. Теория гидравлического сопротивления в шероховатых трубах // Вестник машиностроения. — 2013. — № 7. — С. 27—33.
26. Теплообмен в энергетических установках космических аппаратов / Под ред. В.К.Кошкина. — М.: Машиностроение, 1975. — 272 с.
27. Жукаускас А.А. Конвективный перенос в теплообменниках. — М.: Наука, 1982. — 472 с.
28. Субботин В.И., Ушаков Н.А. Приближённые расчёты гидродинамических характеристик турбулентного потока жидкости в кольцевых каналах // Теплофизика высоких температур. — 1972. — Т. 10. — № 5. — С. 1025—1030.
29. Лобанов И.Е., Парамонов Н.В. Предельный теплообмен при интенсифицированном турбулентном течении в каналах. — М.: Издательство МАИ, 2013. — 168 с.

Дата поступления статьи – 17 марта 2017 года