

УДК 621.01

О ДВУКРАТНЫХ ПРОЯВЛЕНИЯХ ЭФФЕКТА БИФУРКАЦИОННОЙ ПАМЯТИ В ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

М.И.Фейгин

Рассматривается поведение динамических систем, значения параметров которых выбираются в окрестности либо пересечения бифуркационных границ, либо их близкого расположения. Исследуются необычные случаи, включающие последовательно проходимые участки, «напоминающие» о потерявших устойчивость двух разных режимах движения. И лишь после такого переходного процесса устанавливается ожидаемый режим.

Обзор исследований, связанных с эффектом бифуркационной памяти приведен в [1,2]. В настоящей работе рассматриваются проявления эффекта в виброударной системе и поведении водоизмещающего судна при учете ветрового воздействия.

Неавтономная модель линейного осциллятора с ограничителем описывается уравнением

$$\begin{aligned}\ddot{x} + c\dot{x} + x &= \cos(\omega t + \tau), & x(t) &\leq d \\ \dot{x}^+ &= -R\dot{x}^-, & x(t) &= d, \quad R \in (0,1)\end{aligned}$$

Известно, что в такой простейшей модели существует множество периодических решений $\Gamma(n,k)$, где n – отношение периода вынужденных колебаний к периоду внешней силы, а k – число соударений за период. В плоскости параметров построены границы существования указанных режимов. При этом субгармонические решения с амплитудой, превышающей величину зазора ($X_{\max} > d$), существуют в областях, где имеет место также и безударный режим колебаний $\Gamma(1,0)$.

Рассмотрена окрестность параметрической точки $d=0.519$, $\omega = 3.273$ пересечения границ областей режимов $\Gamma(2,1)$, $\Gamma(3,1)$ [3]. В зависимости от начальных условий получены решения, включающие переходные процессы $\Gamma(2,1) \rightarrow \Gamma(1,0)$, $\Gamma(3,1) \rightarrow \Gamma(1,0)$, а также двукратное проявление эффекта бифуркационной памяти $\Gamma(2,1) \rightarrow \Gamma(3,1) \rightarrow \Gamma(1,0)$ [4]. Указанные случаи приведены на рис. 1 – 3.

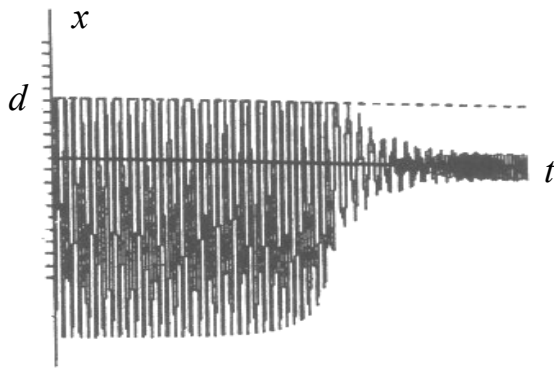


Рис.1 $\Gamma(2,1) \rightarrow \Gamma(1,0)$

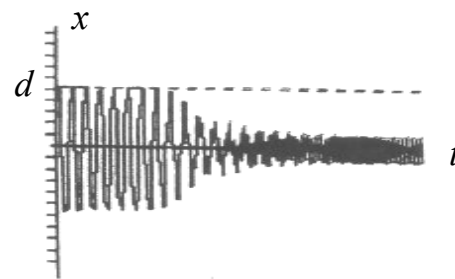


Рис.2 $\Gamma(3,1) \rightarrow \Gamma(1,0)$

При рассмотрении динамической модели водоизмещающего судна система координат его центра тяжести x, y введена таким образом, чтобы ось абсцисс совпадала с направлением истинного ветра V_i ($V_{iy} = 0, V_i = V_{ix} > 0$). Соответствующая система дифференциальных уравнений записывается в виде (1)-(3) [5-7].

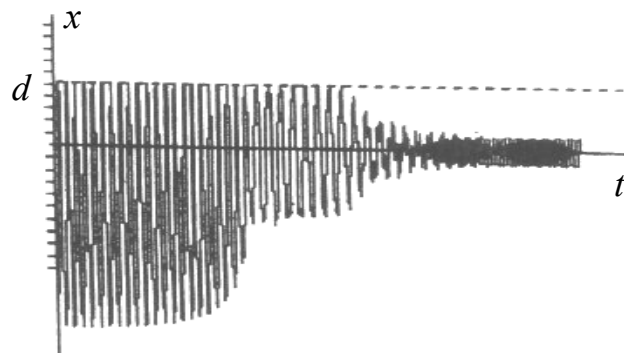


Рис.3 $\Gamma(2,1) \rightarrow \Gamma(3,1) \rightarrow \Gamma(1,0)$

$$\begin{aligned} \dot{\omega} &= a\omega + b\beta + s_1U + g_1V^2 \sin \gamma (1 - \cos \gamma (1 + n \sin^2 \gamma)), \\ \dot{\beta} &= c\omega + d\beta + h\beta|\beta| + s_2U + g_2V^2 \sin \gamma, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \dot{\psi} &= \omega, \\ V^2 &= V_i^2 - 2V_i \cos(\psi - \beta) + 1, \\ V_i \sin(\psi + \gamma) - \sin(\beta + \gamma) &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \cos(\psi - \beta), \\ \dot{y} &= \sin(\psi - \beta). \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь ψ - угол курса, ω - угловая скорость, β - угол дрейфа между линейной скоростью центра тяжести и продольной осью симметрии судна, U – параметр управления, равный углу отклонения пера руля. Воздействие ветра характеризуют: V и γ - скорость и угол ветра относительно судна. Заметим, что строго попутному ветру соответствует $\psi=0, 2\pi$, а встречному $\psi=\pi$.

Переменные x, y входят только в последние два дифференциальные уравнения и при этом еще независимо друг от друга (3). Поэтому качественная картина поведения судна и все возможные бифуркационные ситуации определяются уравнениями (1) относительно переменных ψ, ω, β , а также алгебраическими соотношениями (2), определяющими характеристики ветра V, γ относительно судна от V_i, ψ, β .

Режимам движения прямым курсом в цилиндрическом фазовом пространстве соответствуют точки; режимам автоколебаний – замкнутые траектории, не охватывающие цилиндр; режимам установившейся циркуляции – замкнутые траектории, охватывающие цилиндр (рис.4).

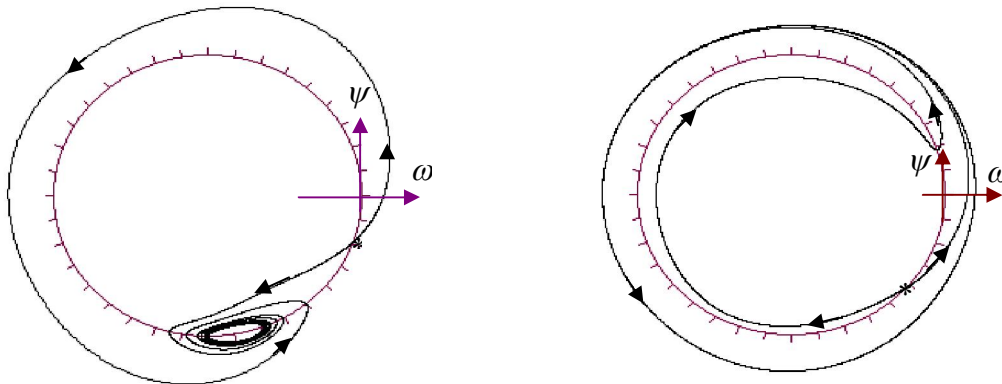


Рис. 4

На рис. 5-6 приведены траектории движения центра тяжести судна в случаях обычного (а) и двукратного проявления эффекта бифуркационной памяти, при котором последовательно чередуются участки, «напоминающие» о потерявшем устойчивость прямолинейном движении, а затем об исчезнувшем режиме циркуляции, (b).

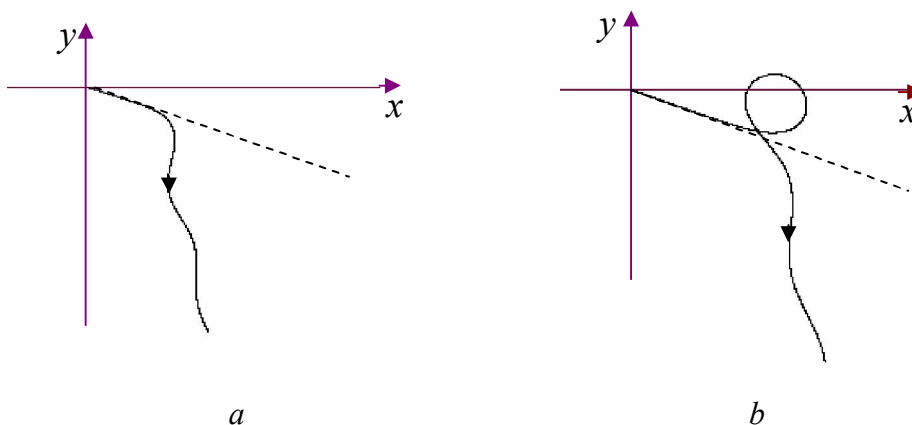


рис. 5

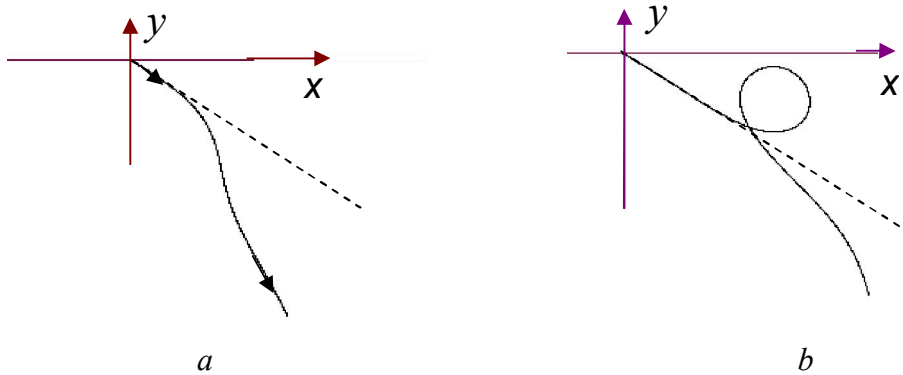


рис 6.

В первом случае устанавливаются автоколебания (рыскание), во втором – прямолинейное движение. На рис. 7 приведены случаи простого (а) и двукратного проявления исследуемых эффектов, когда установившимся режимом является циркуляция. Точки на траекториях проставлены через постоянные интервалы времени. Следовательно, скорость проходимых участков практически постоянна.

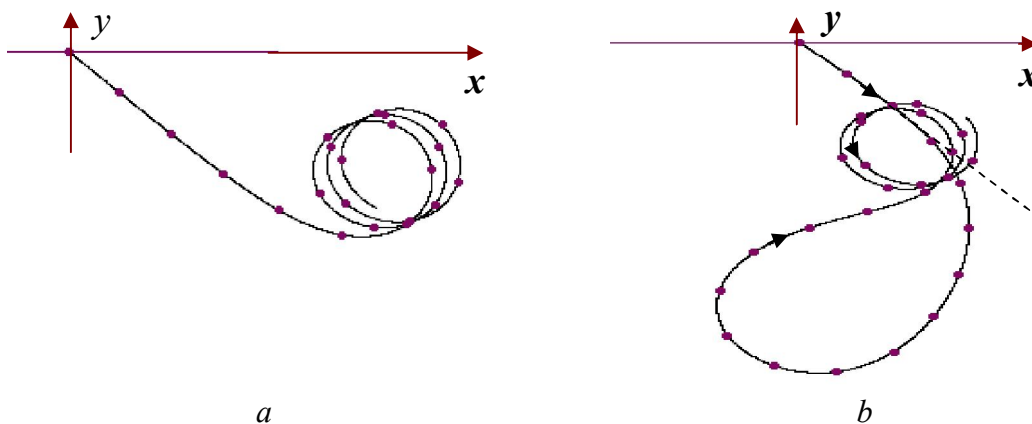


рис 7.

Если в случае виброударной системы рассмотренный эффект можно трактовать лишь как некоторый экзотический переходный процесс от движений с соударениями к безударному движению, то в случае судна картина качественно иная. Потерявший устойчивость курс судна может незначительно отличаться от устойчивого (рис.6). Вместе с тем, при двукратном проявлении эффекта переход на новый курс происходит через полный оборот в противоположном направлении. Подобные «сюрпризы» можно ожидать в поведении динамических систем с цилиндрическим или сферическим фазовым пространством.

Литература

1. Feigin M.I. Effects of Bifurcation Memory in the Controlled Dynamical Systems. Progress in nonlinear science. Intern. conf. dedicated to the 100-th anniversary of A.A.Andronov. V.III. Nonlinear oscillations, control, and information. Nizhny Novgorod – Russia, 2002, pp.40-53.
2. Feigin M.I., M.A. Kagan Emergencies as a Manifestation of the Effect of Bifurcation Memory in Controlled Unstable Systems. International Journal of Bifurcation and Chaos, 2004, Vol. 14, No. 7. С. 2439-2447.
3. Фейгин М.И. Вынужденные колебания систем с разрывными нелинейностями – М.: Наука, 1994.
4. Федосенко Ю.С., Фейгин М.И., Шеянов А.В. Об оценке области бифуркационной памяти вынужденных субгармонических колебаний линейного осциллятора с ограничителями // V Меж.Кон. "Нелинейные колебания механических систем". Тез. докл. РАН – ННГУ, 1999, Н-Новгород, С. 222.]
5. Войткунский Я.И., Першиц Р.Я., Титов И.А. Справочник по теории корабля. Л.: Судостроение, 1973.
6. Гофман А.Д. Теория и расчет поворотливости судов внутреннего плавания. Л.: Судостроение, 1971.
7. Фейгин М.И. Бифуркационный подход к исследованию управляемости судна при ветровом воздействии // Вестн. Нижегород. Ун-та. Мат. моделирование и оптимальное управление. 1998. Вып.2(19). С. 41 – 49.

Волжская государственная академия водного транспорта, Россия, Нижний Новгород
Поступила: 19.01.08.